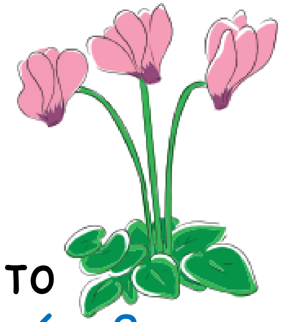
Μαθητή

Διερεύνηση

Ένας ανθοπώλης έχει 4.32 ☐ κυκλάμινα και φτιάχνει ανθοδέσμες, που καθεμιά έχει ίσο αριθμό κυκλάμινων χωρίς να περισσεύει κανένα. Συζητάμε ποιο είναι το ψηφίο που λείπει, έτσι ώστε κάθε ανθοδέσμη να περιέχει:



- 2 κυκλάμινα: Για να περιέχει η ανθοδέσμη 2 κυκλάμινα, το τελευταίο ψηφίο μπορεί να είναι: 0 , 2 , 4 , 6 , 8.
- 5 κυκλάμινα: Για να περιέχει η ανθοδέσμη 5 κυκλάμινα, το τελευταίο ψηφίο μπορεί να είναι 0 ή 5.
- 10 κυκλάμινα: Για να περιέχει η ανθοδέσμη 10 κυκλάμινα, το τελευταίο ψηφίο μπορεί να είναι μόνο το 0.
- 3 κυκλάμινα: Για να περιέχει η ανθοδέσμη 3 κυκλάμινα, το τελευταίο ψηφίο μπορεί να είναι: 0 , 3 , 6 , 9.
- 9 κυκλάμινα: Για να περιέχει η ανθοδέσμη 9 κυκλάμινα, το τελευταίο ψηφίο μπορεί να είναι το 0 ή το 9.

Μαθητή

Συζητάμε ποιο είναι το τελευταίο ψηφίο των φυσικών αριθμών που διαιρούνται με:

- το 2: Το τελευταίο ψηφίο των φυσικών αριθμών που διαιρούνται με το 2 είναι το **0** ή **2** ή **4** ή **6** ή **8**.
- το 5: Το τελευταίο ψηφίο των φυσικών αριθμών που διαιρούνται με το 5 είναι το **0** ή το **5**.
- το 10: Το τελευταίο ψηφίο των φυσικών αριθμών που διαιρούνται με το 10 είναι το **0**.

Συζητάμε ποιο είναι το άθροισμα των ψηφίων των φυσικών αριθμών που διαιρούνται με:

- το 3: το άθροισμα των ψηφίων του είναι 3, 6 ή 9 (ή αν το άθροισμα των ψηφίων του διαιρείται με το 3).
- το 9: το άθροισμα των ψηφίων του είναι 9 (ή αν το άθροισμα των ψηφίων του διαιρείται με το 9).

Μαθητή

Κριτήρια διαιρετότητας

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες	Παραδείγματα
Για να διαπιστώσουμε αν ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με έναν άλλο, χωρίς να κάνουμε διαίρεση, χρησιμοποιούμε ορισμένους κανόνες, που τους ονομάζουμε **κριτήρια διαιρετότητας.**	Το κριτήριο διαιρετότητας του 2 είναι ο κανόνας που μας πληροφορεί πότε ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 2.
Ένας φυσικός αριθμός **διαιρείται με:** α. το **2**, όταν το τελευταίο του ψηφίο είναι: 0, 2, 4, 6 ή 8.	Ο αριθμός 3.256 διαιρείται με το 2, γιατί το τελευταίο ψηφίο του είναι 6.
β. το **5,** όταν το τελευταίο του ψηφίο είναι: 0 ή 5.	Ο αριθμός 654.385 διαιρείται με το 5, γιατί το τελευταίο ψηφίο του είναι 5.
γ. το **10**, όταν το τελευταίο του ψηφίο είναι 0.	Ο αριθμός 2.649.350 διαιρείται με το 10, γιατί το τελευταίο ψηφίο του είναι 0.
δ. το **3**, αν το άθροισμα των ψηφίων του διαιρείται με το 3.	Ο αριθμός 26.163 διαιρείται με το 3, γιατί 2+6+1+6+3=18, που διαιρείται με το 3.
ε. το **9**, αν το άθροισμα των ψηφίων του διαιρείται με το 9.	Ο αριθμός 85.356 διαιρείται με το 9, γιατί 8+5+3+5+6=27, που διαιρείται με το 9.

Μαθητή

Εφαρμογή

Να συμπληρώσετε στα τετράγωνα τα ψηφία που λείπουν, έτσι ώστε ο αριθμός που προκύπτει να διαιρείται με το 2 και το 9.

3 □ 5 □

Για να διαιρείται με το 2, το τελευταίο ψηφίο μπορεί να είναι: 0, 2, 4, 6 ή 8.

Αν είναι 0, τότε το ψηφίο στο πρώτο τετράγωνο είναι το 1, οπότε ο αριθμός είναι: 3.150

Αν είναι 2, τότε το ψηφίο στο πρώτο τετράγωνο είναι το 8, οπότε ο αριθμός είναι: 3.852

Αν είναι 4, τότε το ψηφίο στο πρώτο τετράγωνο είναι το 6, οπότε ο αριθμός είναι: 3.654

Αν είναι 6, τότε το ψηφίο στο πρώτο τετράγωνο είναι το 4, οπότε ο αριθμός είναι: 3.456

Αν είναι 8, τότε το ψηφίο στο πρώτο τετράγωνο είναι το 2, οπότε ο αριθμός είναι: 3.258

Οι αριθμοί που προκύπτουν είναι: 3.150, 3.852, 3.654, 3.456, 3.258.

Αναστοχασμός

1. Ένας άρτιος ή ένας περιττός αριθμός διαιρείται με το 2; Δικαιολογούμε την απάντησή μας.

   Οι άρτιοι αριθμοί διαιρούνται με το 2, καθώς είναι πολλαπλάσια του 2.

2. Ο Νίκος υποστηρίζει ότι ο αριθμός 1 είναι διαιρέτης όλων των φυσικών αριθμών. Εξηγούμε πώς μπορεί να σκέφτηκε.

   Ο αριθμός 1 είναι διαιρέτης όλων των φυσικών αριθμών, καθώς όλοι είναι πολλαπλάσιά του.

3. Η Αγγελική υποστηρίζει ότι ένας αριθμός είναι πολλαπλάσιο ενός άλλου, αν η διαίρεσή τους είναι τέλεια. Εξηγούμε πώς μπορεί να σκέφτηκε.

   Ένας αριθμός είναι πολλαπλάσιο ενός άλλου, αν η διαίρεση τους είναι τέλεια, γιατί το γεγονός πως η διαίρεση αυτή έχει υπόλοιπο 0 φανερώνει ότι: διαιρέτης x πηλίκο = διαιρετέος

Μαθητή

4. Εξηγούμε γιατί, αν ένας αριθμός διαιρείται με το 3, ο αριθμός που προκύπτει, αν αλλάξουμε τη σειρά των ψηφίων του, διαιρείται κι αυτός με το 3.

Εφόσον ένας αριθμός διαιρείται με το 3 όταν το άθροισμα των ψηφίων του διαιρείται με το 3, τότε, όποια και αν είναι η σειρά των ψηφίων, το άθροισμά τους εξακολουθεί να είναι το ίδιο.

5. Συζητάμε τη χρησιμότητα των κριτηρίων διαιρετότητας.

Τα κριτήρια διαιρετότητας μας βοηθάνε να κρίνουμε εύκολα και γρήγορα αν ένας φυσικός αριθμός είναι διαιρέτης ενός άλλου, χωρίς να χρειαστεί να κάνουμε κάθετη διαίρεση.

Εργασιών

Κριτήρια διαιρετότητας

11

1η Άσκηση

Να βρεις ποιοι από τους φυσικούς αριθμούς που είναι ανάμεσα από το 120 και το 140 διαιρούνται με:

- το 2: 122, 124, 126, 128, 130, 132, 134, 136, 138.
- το 3: 123, 126, 129, 132, 135, 138.
- το 5: 125, 130, 135.
- το 9: 126, 135.

2η Άσκηση

Να βρεις τον αμέσως προηγούμενο και τον αμέσως επόμενο φυσικό αριθμό του 366, που διαιρείται με: Προηγούμενος: Επόμενος:

- το 10: 360 370
- το 9: 360 369

3η Άσκηση

Να συμπληρώσεις το τελευταίο ψηφίο κάθε αριθμού, έτσι ώστε οι αριθμοί που προκύπτουν να διαιρούνται με το 2 και με το 9:

Α. 10... Β. 43... Γ. 95...

Α. 108 Β. 432 Γ. 954

4η Άσκηση

Να βάλεις ✓ στον πίνακα για τους αριθμούς που διαιρούνται με:

Αριθμοί	το 2	το 5	το 10	το 3	το 9
250	✓	✓	✓		
700	✓	✓	✓		
3.500	✓	✓	✓		
63.000	✓	✓	✓	✓	✓
84.360	✓	✓	✓	✓	
126.090	✓	✓	✓	✓	✓

5η Άσκηση

Ο φυσικός αριθμός 2 ☐ 5 είναι τριψήφιος. Να συμπληρώσεις στο ☐ ένα ψηφίο που να είναι περιττός αριθμός, έτσι ώστε ο τριψήφιος να διαιρείται με το 3 και με το 5.

Ο αριθμός μπορεί να είναι ένας από τους: 215, 235, 255, 275, 295,

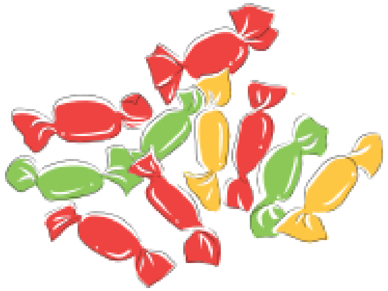
Με το 3 και το 5 διαιρείται μόνο ο 255, διότι 2 + 5 + 5 = 12 το οποίο διαιρείται με το 3 ή 12-> 1+2=3 (άθροισμα ψηφίων 3)

6η Άσκηση

Να γράψεις πότε ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με:

- το 100: • με το 100 όταν τελειώνει σε δύο ή περισσότερα μηδενικά.
- το 1.000: • με το 1.000 όταν τελειώνει σε τρία ή περισσότερα μηδενικά.
- το 10.000: • με το 10.000 όταν τελειώνει σε τέσσερα ή περισσότερα μηδενικά.

1ο Πρόβλημα



Να βρεις αν μπορείς να μοιράσεις εξίσου 459 καραμέλες σε 3 ή 9 φίλους σου. Αν ναι, πόσες καραμέλες θα πάρει ο καθένας;

Ο αριθμός 459 διαιρείται με το 3 και το 9, καθώς το άθροισμα των ψηφίων του είναι 4 + 5 + 9 = 18, που διαιρείται με το 3 και με το 9. Αν μοιράσουμε τις 459 καραμέλες σε 3 φίλους, τότε ο καθένας θα πάρει 459 : 3 = 153 καραμέλες.

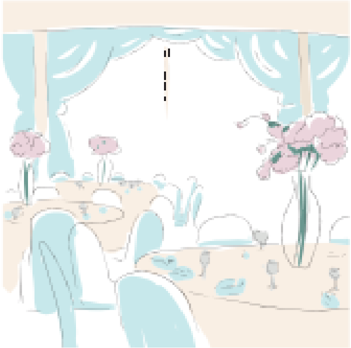
Αν πάλι μοιράσουμε τις 459 καραμέλες σε 9 φίλους, τότε ο καθένας θα πάρει 459 : 9 = 51 καραμέλες.

2ο Πρόβλημα

Ο Νίκος έχει μια συλλογή από αυτοκινητάκια, που είναι περισσότερα από 248 και λιγότερα από 358. Αν τα μετρήσει ανά 9, δεν περισσεύει κανένα. Πόσα αυτοκινητάκια μπορεί να έχει ο Νίκος στη συλλογή του;

Το πλήθος από αυτοκινητάκια που έχει ο Νίκος στη συλλογή του διαιρείται με το 9.
Ανάμεσα στο 248 και στο 358 οι αριθμοί που διαιρούνται με το 9 είναι οι 252, 261, 270, 279, 288, 297, 306,315, 324, 333, 342, 351.
Συνεπώς το πλήθος από αυτοκινητάκια που έχει ο Νίκος στη συλλογή του είναι ένας από αυτούςτους αριθμούς

3ο Πρόβλημα



Σε μια δεξίωση συμμετέχουν 150 άτομα. Σε κάθε τραπέζι κάθεται ο ίδιος αριθμός από άνδρες, γυναίκες και παιδιά. Πόσα τραπέζια χρειάζονται και πόσοι άνδρες, γυναίκες και παιδιά κάθονται σε καθένα από αυτά;

Αφού σε κάθε τραπέζι θα κάθεται ίδιος αριθμός αντρών, γυναικών και παιδιών υπάρχουν 150 : 3 = 50 άντρες, 50 γυναίκες και 50 παιδιά.
Βρίσκουμε τους διαιρέτες του 50: Δ50: 1,2,5,10, 25, 50.

Άρα μπορεί να κάθονται:

- Όλοι σε 2 τραπέζια 25 άντρες, 25 γυναίκες, 25 παιδιά.
- σε 5 τραπέζια 10 άντρες, 10 γυναίκες, 10 παιδιά.
- σε 10 τραπέζια 5 άντρες, 5 γυναίκες, 5 παιδιά.
- σε 25 τραπέζια 2 άντρες, 2 γυναίκες, 2 παιδιά.
- σε 50 τραπέζια 1 άντρας, 1 γυναίκα, 1 παιδί.

Διερεύνηση – Επέκταση

Συζητάμε ποιο είναι το αριθμητικό μοτίβο του τελευταίου διψήφιου τμήματος ενός αριθμού που διαιρείται με το 5:

Στη θέση του τελευταίου ψηφίου εναλλάσσονται το 0 και το 5.
Κάθε φορά που γίνεται η εναλλαγή από 5 σε 0, αυξάνεται κατά 1 το ψηφίο της δεκάδας (π.χ. 10, 15, 20, 25, 30, 35 κτλ.).

Συζητάμε ποιο είναι το αριθμητικό μοτίβο του τελευταίου διψήφιου τμήματος ενός αριθμού που διαιρείται με το 10:

Το τελευταίο ψηφίο είναι πάντα 0 και το ψηφίο της δεκάδας αυξάνεται κατά 1.
(π.χ. 120, 130, 140, 150 ...)

Συζητάμε ποιο είναι το αριθμητικό μοτίβο του τελευταίου τριψήφιου τμήματος ενός αριθμού που διαιρείται με το 100:

Τα δύο τελευταία ψηφία είναι πάντα 0 και το ψηφίο της εκατοντάδας αυξάνεται κατά 1. (π.χ. 100, 200, 300, 400 ...)