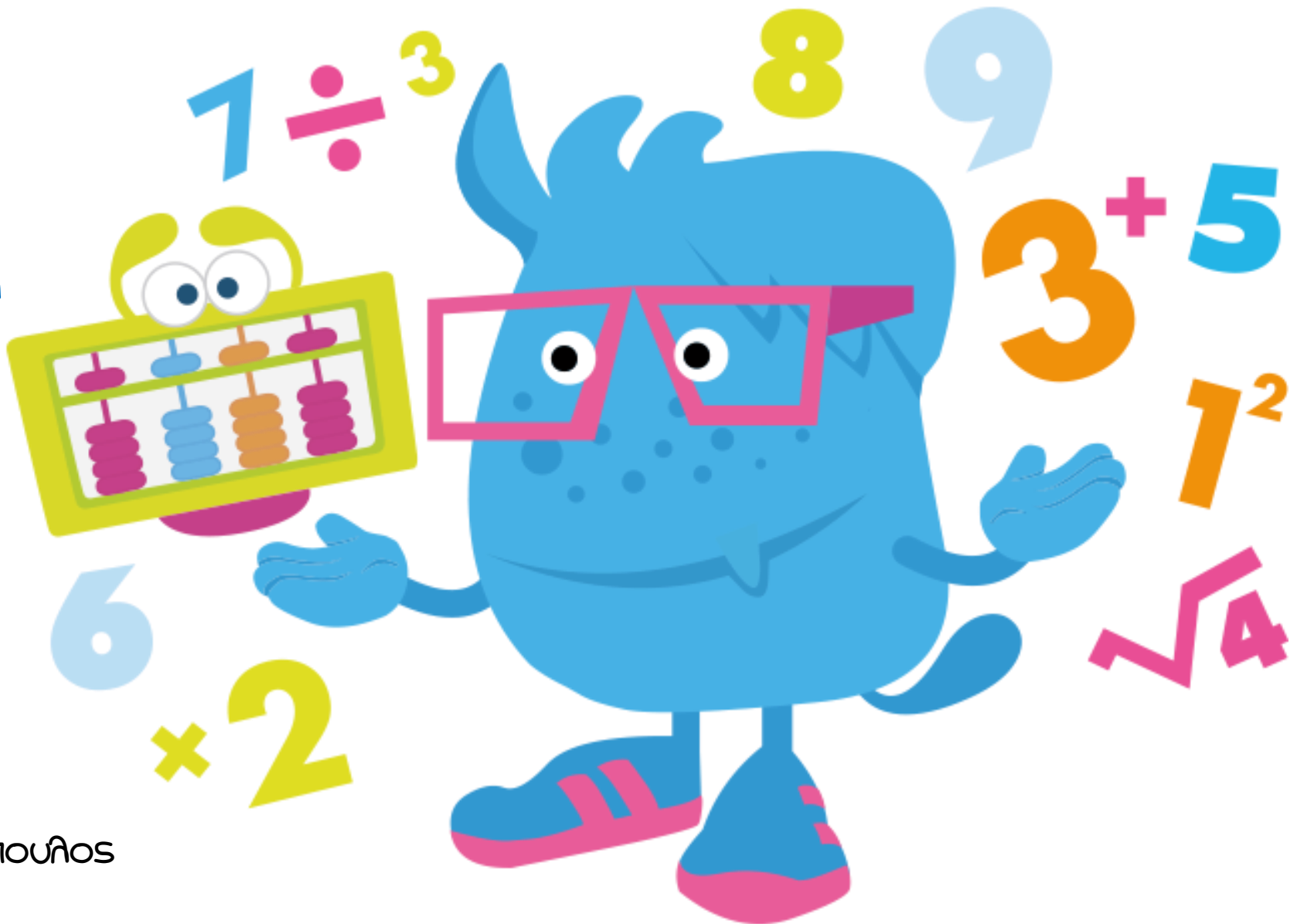


Μαθηματικά Ε' τάξης

Λύσεις ασκήσεων

Βιβλίου μαθητή
και Τετραδίου
εργασιών



Αποστόλης Αγγελόπουλος

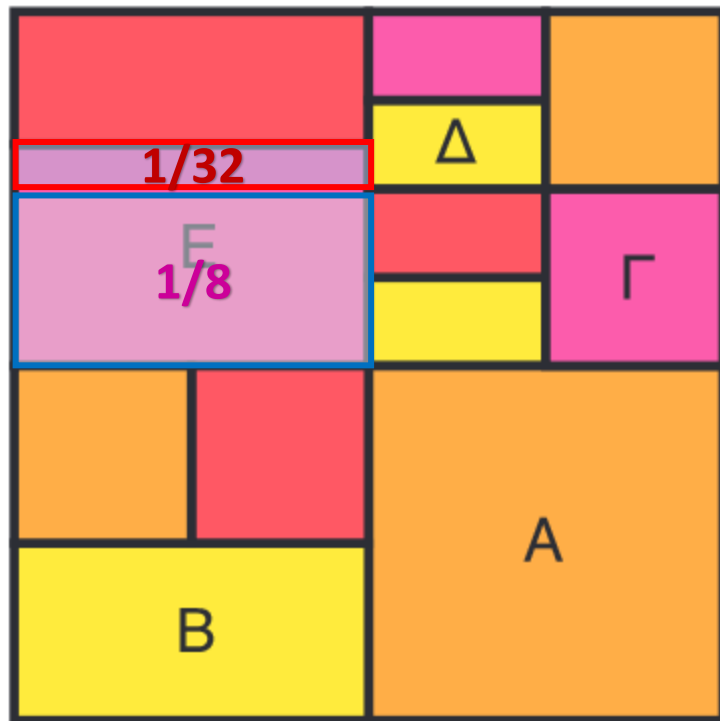
13. Οι κλασματικοί αριθμοί



Διερεύνηση

1. Τα παιδιά της τάξης ύστερα από επίσκεψή τους σε ένα μουσείο με έργα του Ολλανδού ζωγράφου Μοντριάν, δημιούργησαν τους δικούς τους πίνακες. Ένας από αυτούς είναι και ο παρακάτω.

Κόβουμε τα κομμάτια του πίνακα από το παράρτημα και με τη βοήθεια τους υπολογίζουμε.



Γράφουμε με αριθμό το μέρος του πίνακα που καλύπτουν τα γεωμετρικά σχήματα:

$$A = \frac{1}{4}$$

$$B = \frac{1}{8}$$

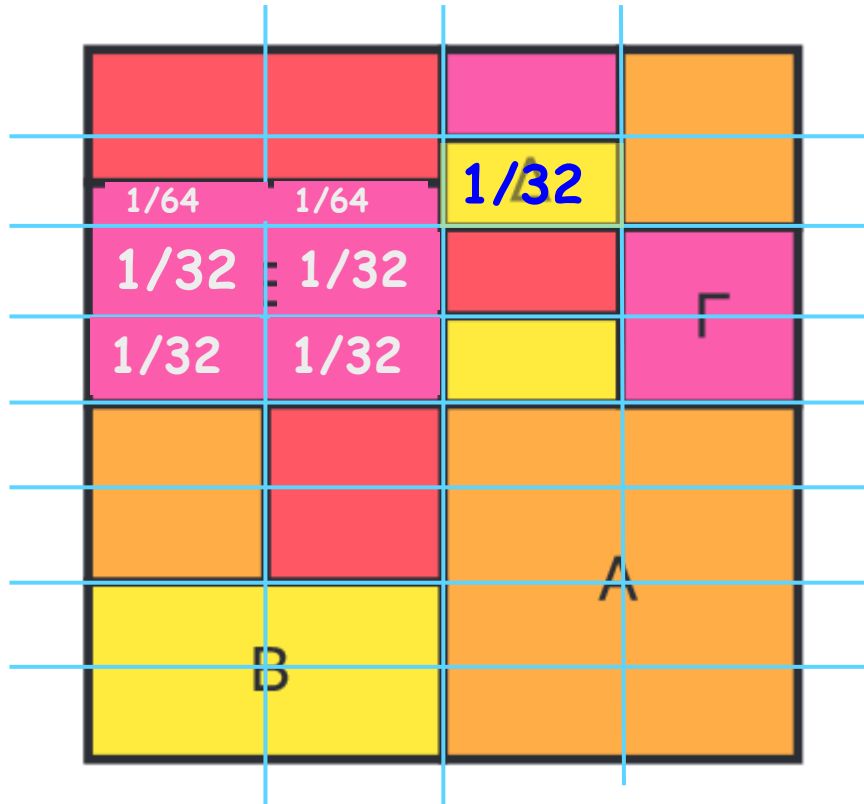
$$\Gamma = \frac{1}{16}$$

$$\Delta = \frac{1}{32}$$

$$E = \frac{1}{8} + \frac{1}{32} = \frac{4}{32} + \frac{1}{32} = \frac{5}{32}$$



Συζητάμε τους διαφορετικούς τρόπους με τους οποίους μπορούμε να υπολογίσουμε το μέρος που καλύπτει το σχήμα Ε.



Ο πίνακας μπορεί να χωριστεί σε 32 ίσα σχήματα.

Επομένως το σχήμα Δ είναι το $1/32$ του πίνακα.

και το σχήμα Ε είναι τα $1/32 + 1/32 + 1/32 + 1/32 = 4/32$ του πίνακα

+ δύο μισά του $1/32$ ($1/64$ του σχήματος δηλαδή το κάθε μισό). Τα δύο μισά μαζί είναι $1/64 + 1/64 = 2/64 = 1/32$.

Άρα το Ε είναι: $4/32 + 1/32 = 5/32$ του πίνακα .

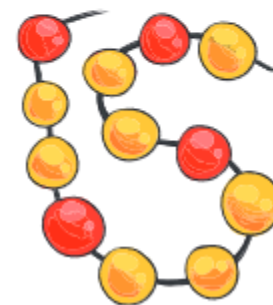
2. Η Δανάη διάλεξε τις χάντρες της εικόνας, για να φτιάξει ένα βραχιόλι.



Γράφουμε με αριθμό το μέρος από τις συνολικές χάντρες που είναι:

α. κίτρινες: $\frac{8}{12}$

β. κόκκινες: $\frac{4}{12}$



Συζητάμε τους διαφορετικούς τρόπους με τους οποίους μπορούμε να εκφράσουμε το μέρος των κίτρινων και κόκκινων χαντρών.

α. κίτρινες: $\frac{8}{12} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

β. κόκκινες: $\frac{4}{12} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες

Κάθε **κλάσμα** είναι ένας αριθμός.
Σχηματίζεται από τον **αριθμητή** και τον **παρονομαστή**, που λέγονται όροι του κλάσματος και χωρίζονται με τη **γραμμή κλάσματος**.

Ένα **κλάσμα** μπορεί να εκφράζει μια ποσότητα από κάτι ολόκληρο, **το μέρος ενός όλου**.
Το ολόκληρο ή όλο το λέμε **ακέραιη μονάδα**.

Όταν το κλάσμα δείχνει **το μέρος ενός όλου** τότε:

- ο παρονομαστής δείχνει **σε πόσα ίσα μέρη χωρίζουμε** το όλο.
- Ο αριθμητής δείχνει **πόσα από αυτά τα ίσα μέρη παίρνουμε**.

Όταν ο **παρονομαστής** είναι **ίσος** με τον **αριθμητή**, το κλάσμα είναι ίσο με την ακέραιη μονάδα.

Παραδείγματα

$$\frac{3}{4}$$

3 αριθμητής
4 παρονομαστής
← γραμμή κλάσματος
— όροι του κλάσματος

Διαβάζουμε: τρία τέταρτα



Τα $\frac{2}{5}$ από το σύνολο των γεωμετρικών σχημάτων είναι τρίγωνα.



Μέρος του όλου

Τα $\frac{4}{6}$ της πίτσας έχουν ντομάτα

Παρονομαστής: 6, σε τόσα ίσα κομμάτια χωρίζουμε

Αριθμητής: 4, τόσα κομμάτια έχουν ντομάτα

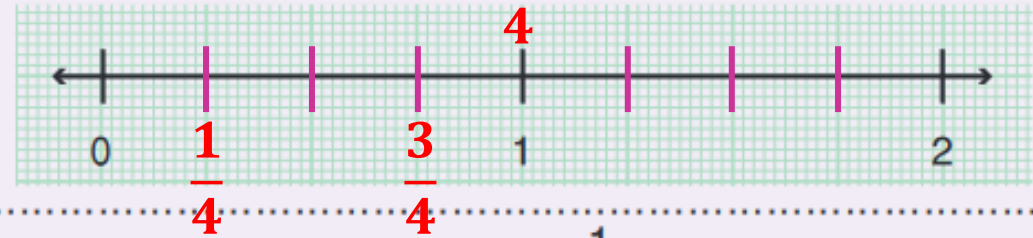
$$\frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \dots = \frac{15}{15} = \dots = 1$$



Εφαρμογή Κλάσματα στην αριθμογραμμή

Να τοποθετήσετε πάνω στην αριθμογραμμή τα κλάσματα: $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$ και $\frac{4}{4}$

1ο βήμα: Χωρίζουμε κάθε μονάδα στην αριθμογραμμή σε ...4...**ίσα μέρη**.....



2ο βήμα: Προσδιορίζουμε πάνω στην αριθμογραμμή την κλασματική μονάδα $\frac{1}{4}$.

3ο βήμα: Για να τοποθετήσουμε το κλάσμα $\frac{3}{4}$, επαναλαμβάνουμε 3 φορές την κλασματική μονάδα $\frac{1}{4}$. Προσδιορίζουμε πάνω στην αριθμογραμμή το κλάσμα $\frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

4ο βήμα: Προσδιορίζουμε πάνω στην αριθμογραμμή το κλάσμα $\frac{4}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

Παρατηρούμε ότι $\frac{4}{4} = \mathbf{1}$



Αναστοχασμός

1. Γράφουμε με κλάσμα το μέρος των παιδιών της τάξης μας που έχουν ένα κοινό χαρακτηριστικό:

Αν τα παιδιά της τάξης είναι 20 , τα αγόρια 11 και δύο παιδιά έχουν γαλανά μάτια, τότε:

Τα αγόρια είναι: $\frac{11}{20}$

Τα κορίτσια είναι: $\frac{9}{20}$

Τα παιδιά με γαλανά μάτια είναι: $\frac{2}{20}$

2. Βρίσκουμε κλάσματα μικρότερα, ίσα και μεγαλύτερα της μονάδας.

- Κλάσματα μικρότερα της μονάδας (ο αριθμητής μικρότερος από τον παρονομαστή):

$$\frac{2}{3} \text{ ' } \frac{6}{10} \text{ ' } \frac{10}{20}$$

- Κλάσματα ίσα με τη μονάδα (ο αριθμητής ίσος με τον παρονομαστή):

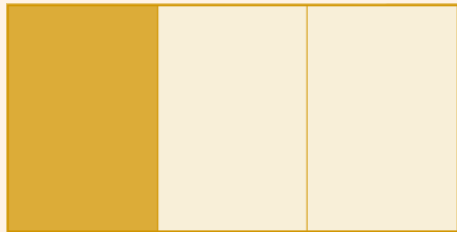
$$\frac{2}{2} \text{ ' } \frac{6}{6} \text{ ' } \frac{10}{10}$$

- Κλάσματα μεγαλύτερα της μονάδας (ο αριθμητής μεγαλύτερος από τον παρονομαστή):

$$\frac{5}{2} \text{ ' } \frac{13}{6} \text{ ' } \frac{15}{10}$$

Αναστοχασμός

3. Δημιουργούμε μία έντυπη ή ψηφιακή αφίσα και καταγράφουμε σε αυτήν τρεις εκφράσεις από την καθημερινή μας ζωή στις οποίες χρησιμοποιούμε κλάσματα. Σχεδιάζουμε εικόνες, για να αναπαραστήσουμε τα κλάσματα αυτά.



Έφαγε το $\frac{1}{3}$ της σοκολάτας.



Έμειναν τα $\frac{3}{4}$ της τούρτας.

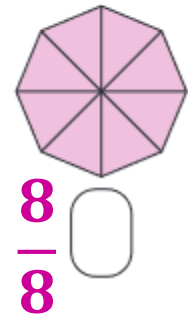
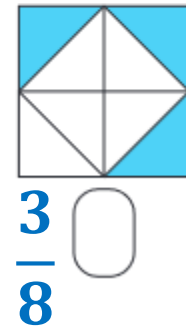
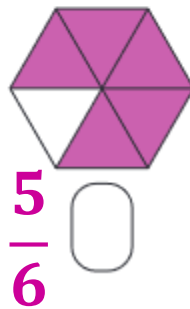


Πάρε το μισό ($\frac{1}{2}$) μήλο.

Οι κλασματικοί αριθμοί

1η Άσκηση

Να γράψεις σε κάθε κουτάκι το κλάσμα που εκφράζει το χρωματισμένο μέρος.



2η Άσκηση

1. Να παρατηρήσεις και να γράψεις με κλάσμα το μέρος της σημαίας της Νιγηρίας που είναι:

άσπρο: $\frac{1}{3}$ β. πράσινο: $\frac{2}{3}$



σημαία Νιγηρίας



σημαία Κόστα Ρίκα

2. Τι θα απαντούσες στον Νίκο;

Το κόκκινο χρώμα **δεν είναι το $\frac{1}{5}$** της σημαίας της Κόστα Ρίκα γιατί μπορεί η σημαία να είναι χωρισμένη σε 5 μέρη, αλλά αυτά δεν είναι ίσα μεταξύ τους.

Το κόκκινο χρώμα είναι τα $\frac{2}{6}$ της σημαίας.

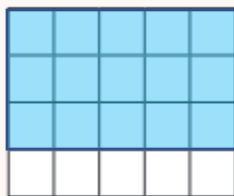
Το κόκκινο χρώμα είναι το $\frac{1}{5}$ της σημαίας της Κόστα Ρίκα;



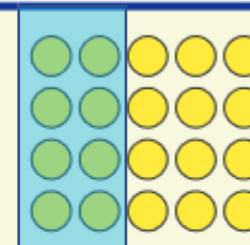
3η Άσκηση

Να υπολογίσεις και να σχεδιάσεις το μέρος και το όλο.

α. Να χρωμάτισεις
τα $\frac{3}{4}$ του ορθογωνίου.



β. Να κυκλώσεις τους βόλους
που αποτελούν τα $\frac{2}{5}$ του
συνόλου των βόλων.



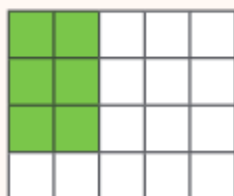
γ. Οι βόλοι στο διπλανό
σχήμα είναι το $\frac{1}{4}$ από
όλους τους βόλους.



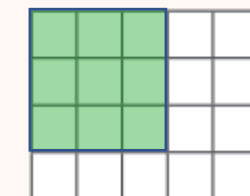
Να σχεδιάσεις όλους τους βό-
λους. **Όλοι οι βόλοι είναι**
 $4 \times 3 = 12$



δ. Το πράσινο είναι τα $\frac{2}{3}$
ενός ορθογωνίου.



Να σχεδιάσεις το
ορθογώνιο αυτό.

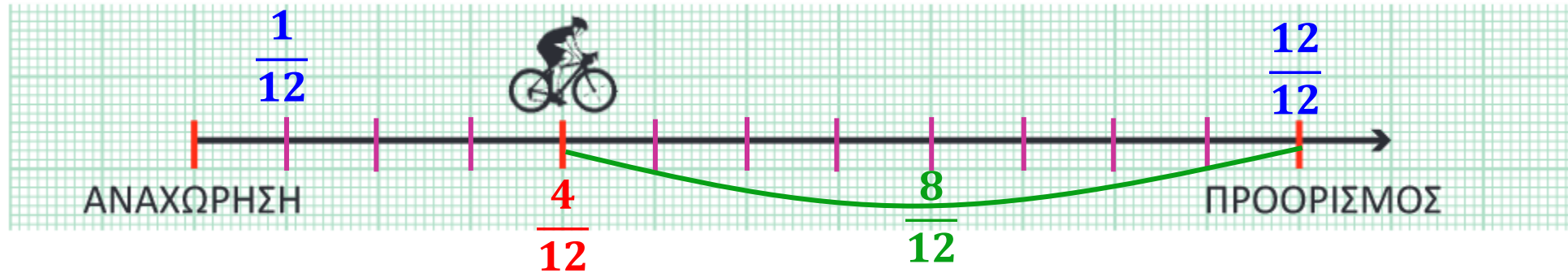


Αφού τα $\frac{2}{3}$ είναι 6 τετράγωνα , το $\frac{1}{3}$ είναι 3
τετράγωνα (τα μισά).

Άρα ολόκληρο το ορθογώνιο θα αποτελείται από
9 τετράγωνα ($\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3}$).

1ο Πρόβλημα

Να χωρίσεις την αριθμογραμμή και να γράψεις στο κουτάκι το κλάσμα που εκφράζει το μέρος της διαδρομής που έχει καλύψει ο ποδηλάτης.



Τι μέρος της διαδρομής χρειάζεται να καλύψει ακόμα ο ποδηλάτης, για να φτάσει στον προορισμό του;

Έχει καλύψει τα $\frac{4}{12}$ και πρέπει να καλύψει ακόμα τα $\frac{8}{12}$.

2ο Πρόβλημα

Ποιο παιδί έκανε περισσότερη ώρα ποδήλατο;



Να δικαιολογήσεις την απάντησή σου.

Όνομα	Χρόνος
Ιωάννα	$\frac{1}{3}$ της ώρας
Νίκος	15 λεπτά



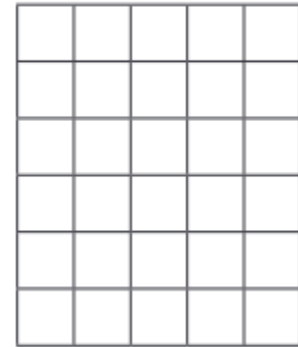
Η Ιωάννα έκανε ποδήλατο το $\frac{1}{3}$ των 60 λεπτών, δηλαδή $60 : 3 = 20$ λεπτά.

Επομένως η Ιωάννα έκανε περισσότερη ώρα ποδήλατο από τον Νίκο, που έκανε 15 λεπτά.

3ο Πρόβλημα

Το σχήμα δείχνει ένα οικοπέδο. Ένα σπίτι καταλαμβάνει το $\frac{1}{2}$ του οικοπέδου. Τα $\frac{2}{5}$ από το υπόλοιπό του είναι κήπος.

Να χρωματίσεις στο σχήμα τον κήπο.



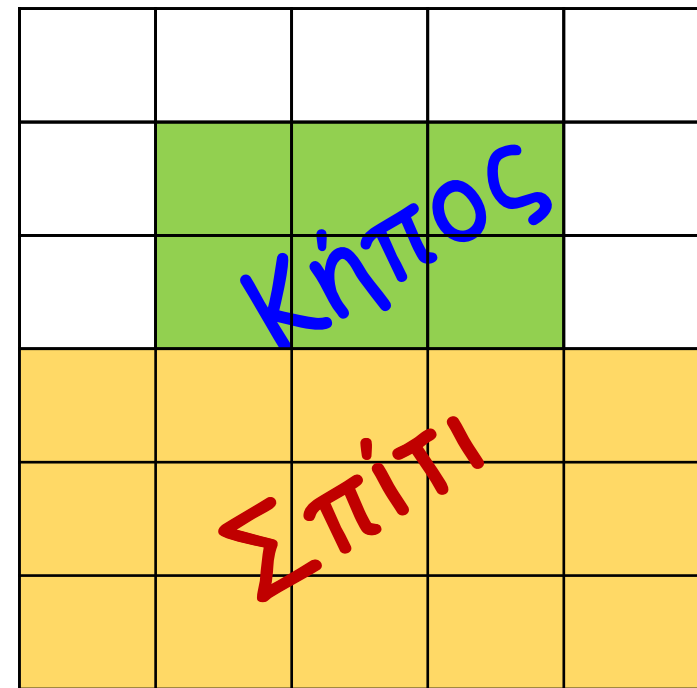
Το σχήμα αποτελείται από 30 τετράγωνα.

Το σπίτι καταλαμβάνει το $\frac{1}{2}$ δηλαδή τα μισά τετράγωνα, που είναι $30 : 2 = 15$.

Τα υπόλοιπα τετράγωνα του σχήματος είναι 15.

Το $\frac{1}{5}$ είναι $15 : 5 = 3$ τετράγωνα και

ο κήπος καταλαμβάνει τα $\frac{2}{5}$, δηλαδή $2 \times 3 = 6$ τετράγωνα.



Διερεύνηση – Επέκταση

Καθένα από τα 240 παιδιά ενός σχολείου συμμετέχει σε έναν μόνον από τους ομίλους του σχολείου.

α. Χρησιμοποιώντας την πληροφορία από το κυκλικό διάγραμμα, να βρεις τι μέρος των παιδιών προτιμά τον κάθε όμιλο.

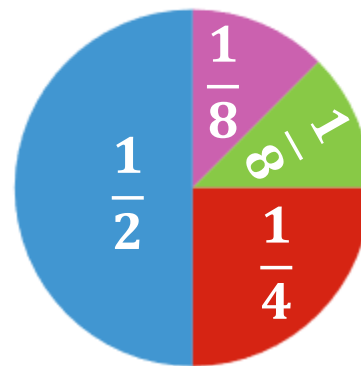


● Όμιλο αθλητισμού: $\frac{1}{2}$

● Όμιλο μουσικής: $\frac{1}{4}$

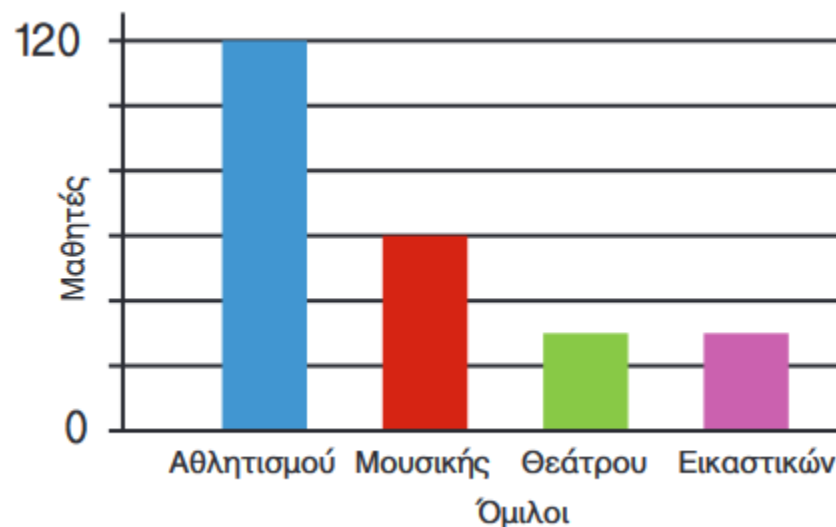
● Όμιλο θεάτρου: $\frac{1}{8}$

● Όμιλο εικαστικών: $\frac{1}{8}$



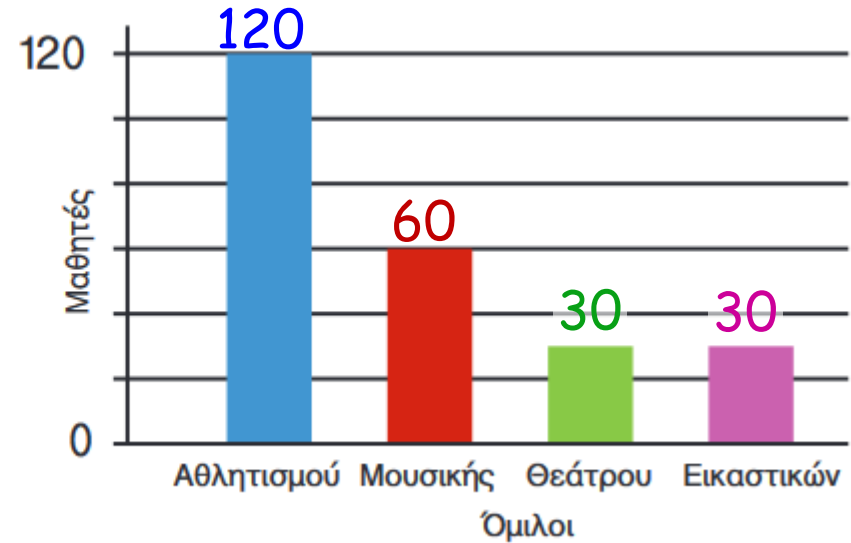
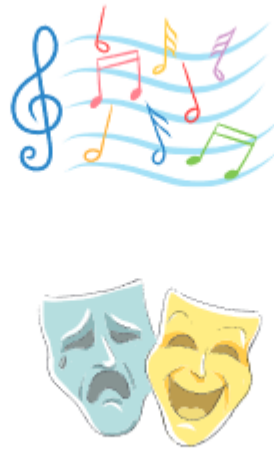
Όμιλος

- Αθλητισμού
- Μουσικής
- Θεάτρου
- Εικαστικών





- Όμιλο αθλητισμού: $\frac{1}{2}$
- Όμιλο μουσικής: $\frac{1}{4}$
- Όμιλο θεάτρου: $\frac{1}{8}$
- Όμιλο εικαστικών: $\frac{1}{8}$



β. Στον άξονα του ραβδογράμματος να συμπληρώσεις τους αριθμούς που δείχνουν το πλήθος των παιδιών που έχουν επιλέξει κάθε όμιλο.

Το πλήθος των παιδιών που έχουν επιλέξει τον Όμιλο αθλητισμού είναι $240 : 2 = 120$.

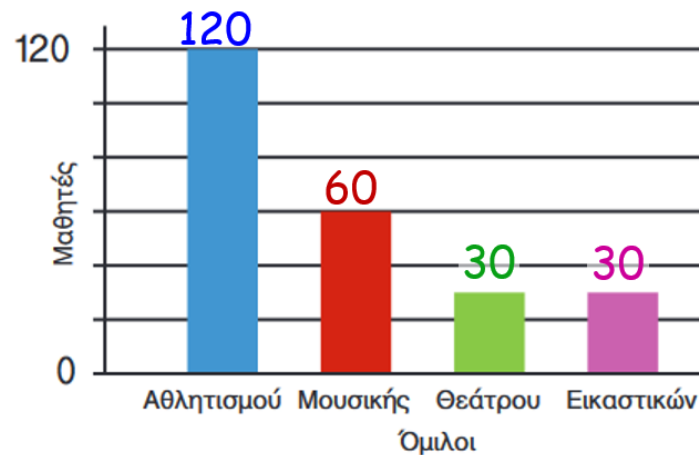
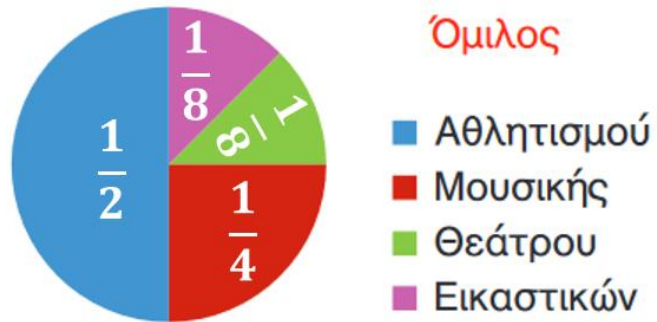
Το πλήθος των παιδιών που έχουν επιλέξει τον Όμιλο μουσικής είναι $240 : 4 = 60$.

Το πλήθος των παιδιών που έχουν επιλέξει τον Όμιλο θεάτρου είναι $240 : 8 = 30$.

Το πλήθος των παιδιών που έχουν επιλέξει τον Όμιλο εικαστικών είναι $240 : 8 = 30$.

Συμπληρώνουμε τους αριθμούς στο ραβδόγραμμα :

- Να συγκρίνεις τα δύο διαγράμματα. Ποιες διαφορές παρατηρείς;
- Πότε χρησιμοποιείς ένα κυκλικό διάγραμμα και πότε ένα ραβδόγραμμα;

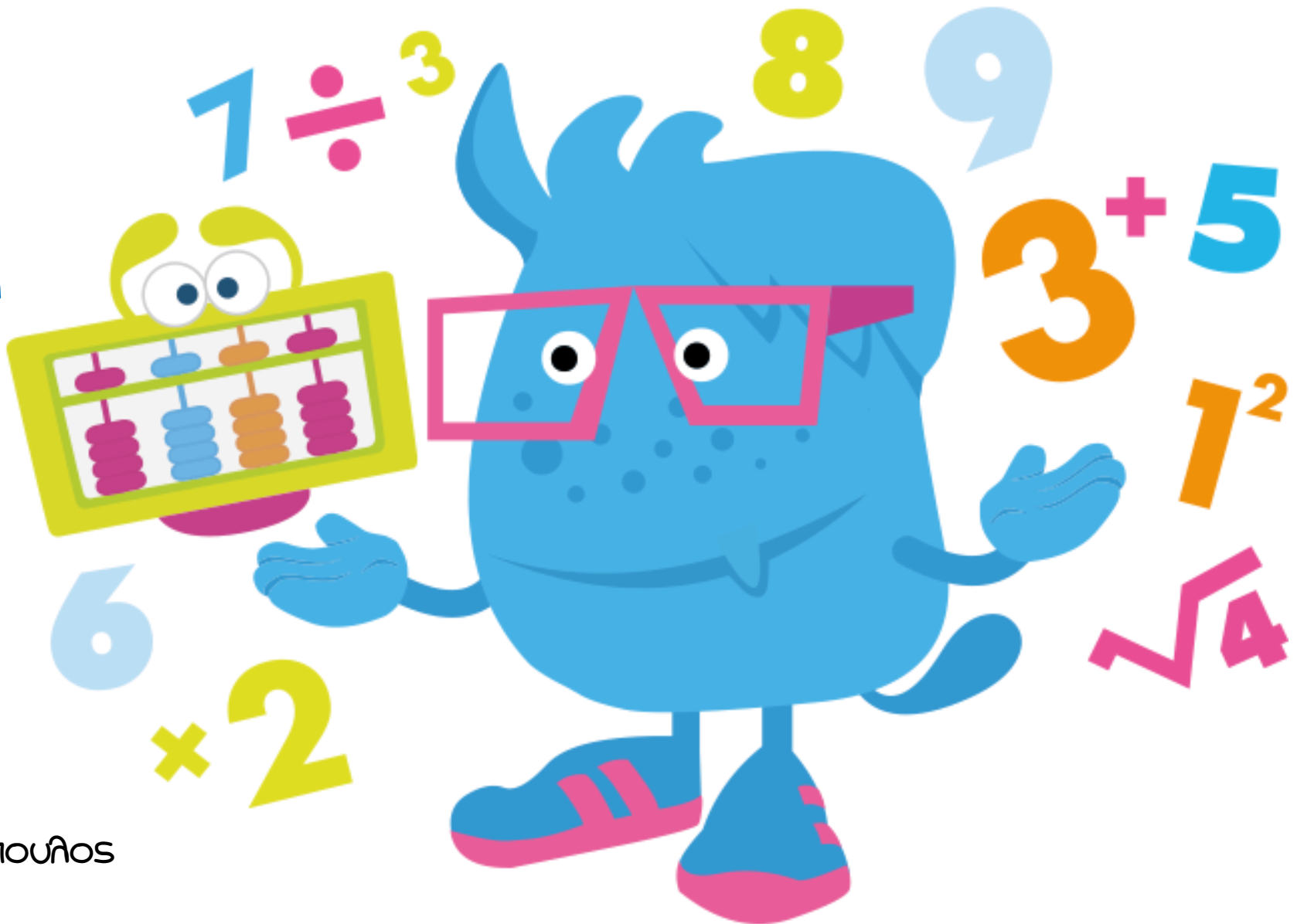


- Στο κυκλικό διάγραμμα του σχολικού βιβλίου μπορούμε να δούμε το μέρος των παιδιών που προτιμούν κάθε όμιλο σε σχέση με το σύνολο, ενώ στο ραβδόγραμμα μπορούμε να δούμε τον ακριβή αριθμό των παιδιών που προτιμούν κάθε όμιλο.
- Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται για την παρουσίαση της σχέσης του μέρους προς το σύνολο. (σύγκριση με το σύνολο)
- Προτιμούμε το ραβδόγραμμα για να συγκρίνουμε πιο παραστατικά τις τιμές των μερών που εξετάζουμε. (σύγκριση μεταξύ των μερών)

Μαθηματικά Ε' τάξης

Λύσεις ασκήσεων

Βιβλίου μαθητή
και Τετραδίου
εργασιών



Αποστόλης Αγγελόπουλος

13. Οι κλασματικοί αριθμοί