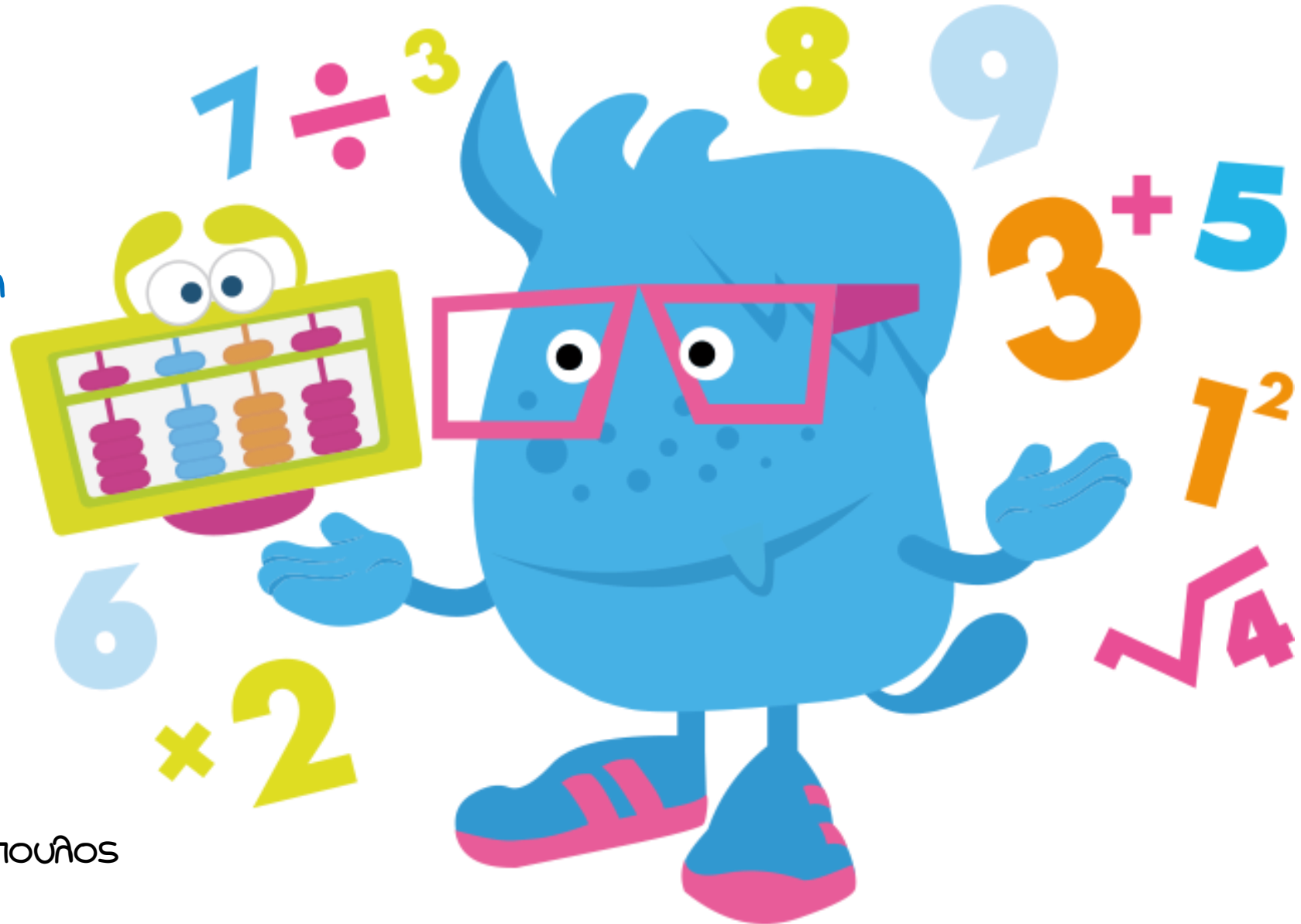


Μαθηματικά Ε' τάξης

Λύσεις
ασκήσεων
Βιβλίου μαθητή
και Τετραδίου
εργασιών



Αποστόλης Αγγελόπουλος

14. Κλάσματα μεγαλύτερα της ακέραυης μονάδας

Κλάσματα μεγαλύτερα της ακέραιης μονάδας

14



Διερεύνηση

Η Δανάη, η Αγγελική και ο Αντρέι φτιάχνουν προσκλήσεις για τη γιορτή του σχολείου τους.

Ας κόψουμε δύο ίδια χαρτόνια
σε 4 ίσα κομμάτια το καθένα.

Χρειαζόμαστε 8
προσκλήσεις.

Παίρνω τα τρία κομμάτια.

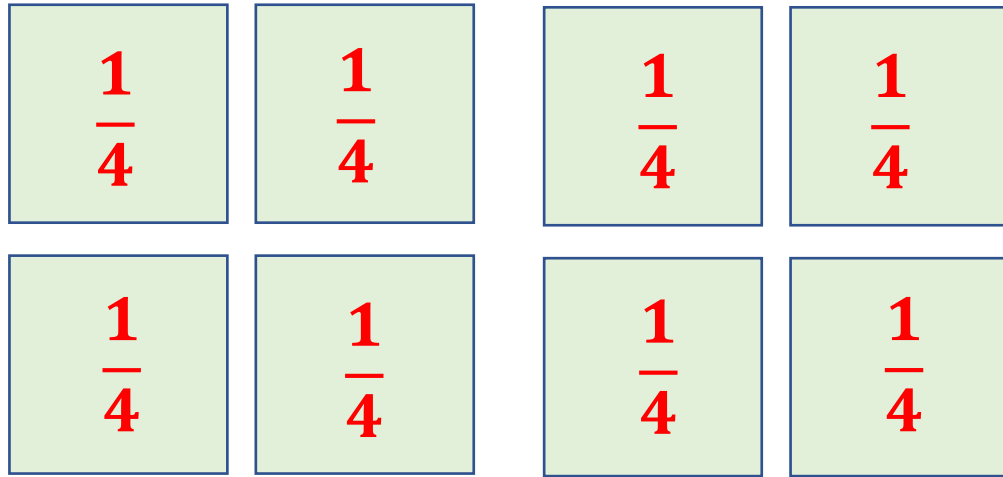


α' τρόπος: Σχεδιάζουμε τα κομμάτια από τα χαρτόνια που έχουν τα κορίτσια.
Γράφουμε κάτω από κάθε κομμάτι το κλάσμα που εκφράζει το μέρος του χαρτονιού.

Ο Αντρέι πήρε τα τρία κομμάτια: $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

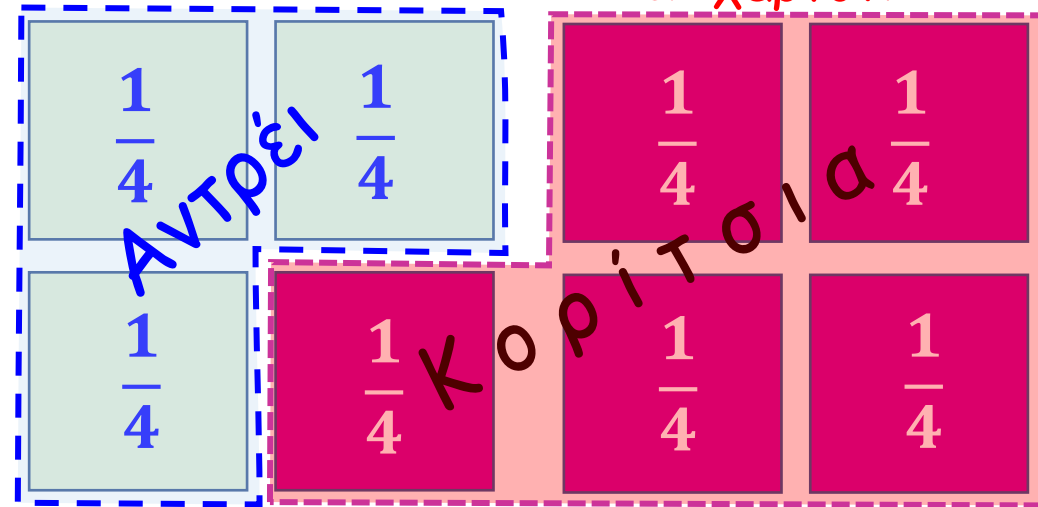
1^ο χαρτόνι

2^ο χαρτόνι



1^ο χαρτόνι

2^ο χαρτόνι



Τα κορίτσια έχουν τα: $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$

Γράφουμε με κλάσμα το μέρος από το χαρτόνι που έχουν συνολικά τα κορίτσια:
Παρατηρούμε ότι στο κλάσμα αυτό ο αριθμητής είναι**μεγαλύτερος**.....
από τον παρονομαστή.

$$\frac{5}{4}$$

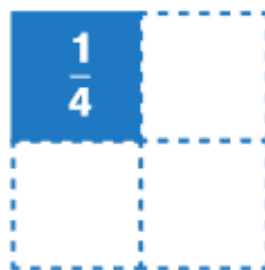
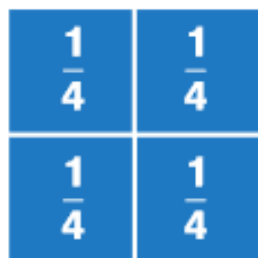


β' τρόπος: Σχεδιάζουμε τα κομμάτια και γράφουμε με κλάσματα το χαρτόνι που έχουν τα κορίτσια, σχηματίζοντας:

τα ολόκληρα χαρτόνια

και

τα μέρη του χαρτονιού που έμειναν.



$$\frac{4}{4}$$

+

$$\frac{1}{4}$$

$$= 1 + \frac{1}{4} = 1\frac{1}{4}$$

Παρατηρούμε ότι $\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες

Τα **κλάσματα** στα οποία ο αριθμητής είναι μεγαλύτερος από τον παρονομαστή είναι **μεγαλύτερα από τον αριθμό 1**.

Τα κλάσματα αυτά μπορούμε να τα μετατρέψουμε σε **μεικτούς αριθμούς** γράφοντας χωριστά τις ακέραιες μονάδες τους.

Παραδείγματα

$$\frac{5}{3} > 1$$

$$\frac{5}{3} = \frac{3}{3} + \frac{2}{3} = 1 + \frac{2}{3} = 1 \frac{2}{3} \text{ (μεικτός)}$$



Εφαρμογή Μετατροπή ενός κλάσματος σε μεικτό αριθμό και αντίστροφα

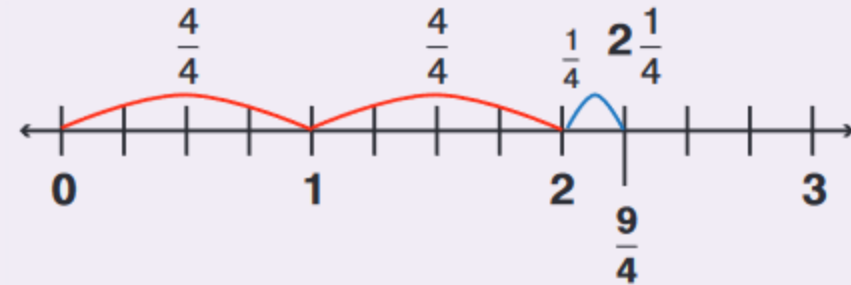
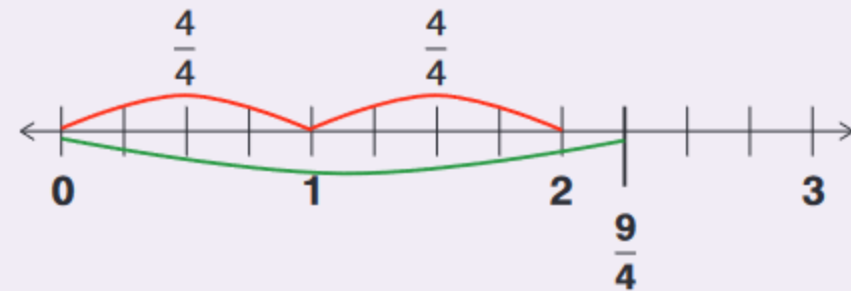
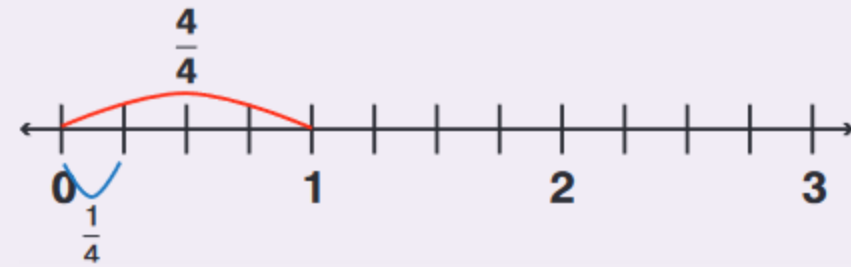
1. Να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{9}{4}$ σε μεικτό αριθμό.

1. Ο παρονομαστής δείχνει ότι χωρίζουμε την ακέραιη μονάδα σε **4** ίσα μέρη.

Το κάθε μέρος της είναι το $\frac{1}{4}$.

2. Ο αριθμητής δείχνει ότι παίρνουμε **9** ίσα μέρη.
Πρέπει να χωρίσουμε και άλλες ακέραιες μονάδες.

3. Συνολικά παίρνουμε 2 ακέραιες μονάδες και το $\frac{1}{4}$ της επόμενης.



$$\text{Άρα: } \frac{9}{4} = \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = 1 + 1 + \frac{1}{4} = 2 + \frac{1}{4} = 2\frac{1}{4}$$

2. Να μετατρέψετε τον μεικτό αριθμό $2\frac{1}{4}$ σε κλάσμα.

Ο παρονομαστής δείχνει ότι χωρίζουμε την ακέραιη μονάδα σε⁴ ίσα μέρη.

Η ακέραιη μονάδα είναι ίση με $\frac{4}{4}$.

$$\text{Άρα: } 2\frac{1}{4} = 2 + \frac{1}{4} = 1 + 1 + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$



Αναστοχασμός

Αν το κλάσμα $\frac{a}{3}$ είναι μεγαλύτερο της ακέραιης μονάδας, ποιος αριθμός μπορεί να είναι το a ;

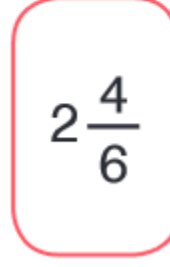
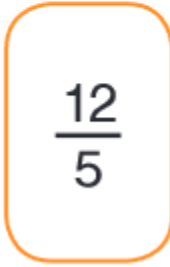
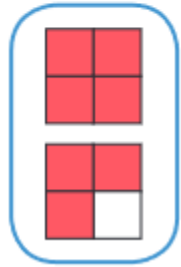
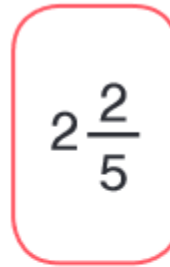
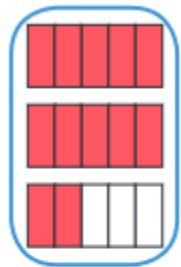
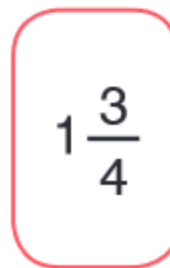
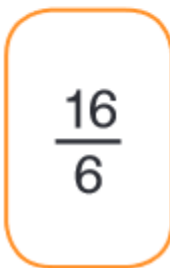
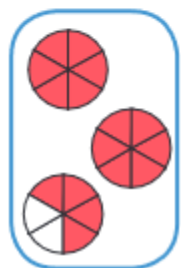
Τι συμπεραίνουμε;

Για να είναι το κλάσμα $\frac{a}{3}$ μεγαλύτερο της ακέραιης μονάδας, ο αριθμός a πρέπει να είναι μεγαλύτερος από τον αριθμό 3.

Συμπεραίνουμε ότι ένα κλάσμα είναι μεγαλύτερο από την ακέραιη μονάδα όταν ο αριθμητής του είναι μεγαλύτερος από τον παρονομαστή.

1η Άσκηση

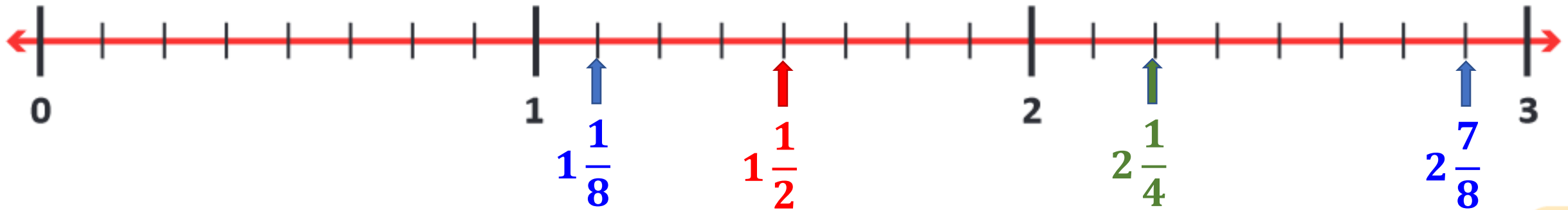
Να αντιστοιχίσεις:



2η Άσκηση

Να μετατρέψεις τα κλάσματα $\frac{9}{8}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{9}{4}$, $\frac{23}{8}$ σε μεικτούς αριθμούς και μετά να τους τοποθετήσεις στην αριθμογραμμή:

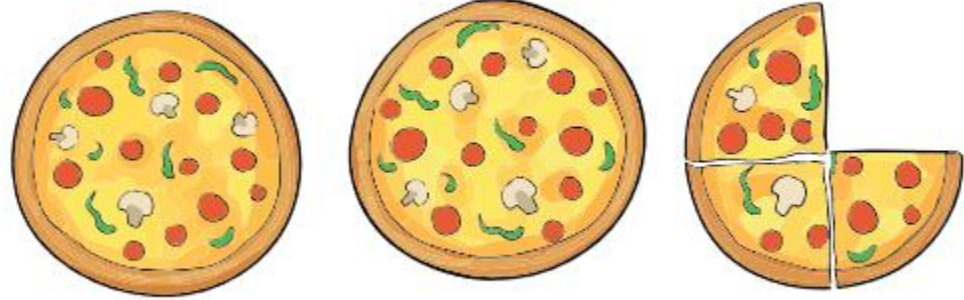
| | | | | |
|---------------------------------|--|--|--|---|
| Κλάσματα μεγαλύτερα της μονάδας | $\frac{9}{8}$ | $\frac{3}{2}$ | $\frac{9}{4}$ | $\frac{23}{8}$ |
| Μεικτοί αριθμοί | $\frac{9}{8} = \frac{8}{8} + \frac{1}{8} =$ $1 + \frac{1}{8} = 1\frac{1}{8}$ | $\frac{3}{2} = \frac{2}{2} + \frac{1}{2} =$ $1 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$ | $\frac{9}{4} = \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{1}{4} =$ $1 + 1 + \frac{1}{4} = 2\frac{1}{4}$ | $\frac{23}{8} = \frac{8}{8} + \frac{8}{8} + \frac{7}{8} =$ $1 + 1 + \frac{7}{8} = 2\frac{7}{8}$ |



3η Άσκηση

1. Να κυκλώσεις το κλάσμα που δείχνει την ποσότητα πίτσας στη διπλανή εικόνα:

$$\frac{11}{4}, \frac{5}{12}, \frac{12}{4}, \frac{3}{4}$$



$$1 = \frac{4}{4}$$

$$1 = \frac{4}{4}$$

$$\frac{3}{4}$$

$$1 + 1 + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{11}{4}$$

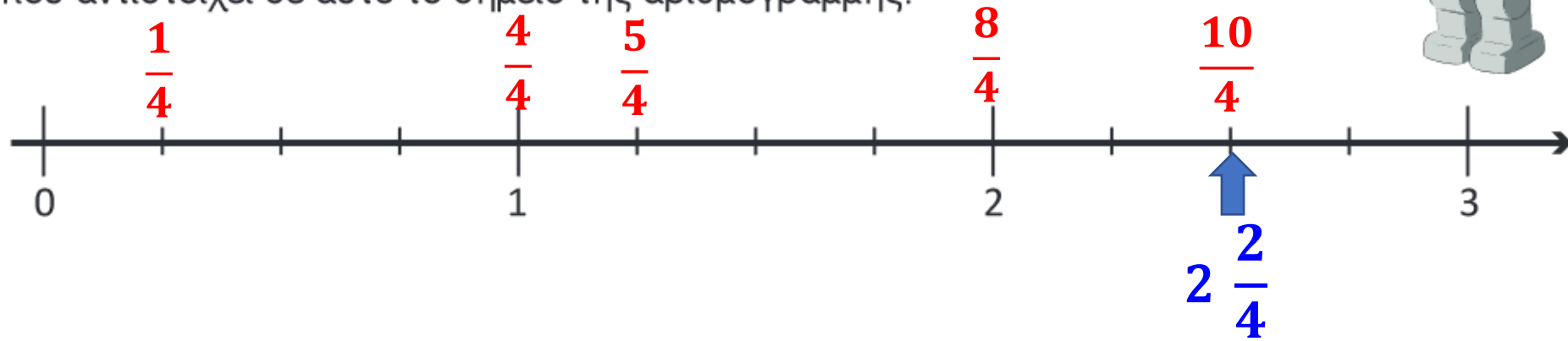
2. Να μετατρέψεις το κλάσμα που κύκλωσες σε μεικτό αριθμό.

$$\frac{11}{4} = \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = 1 + 1 + \frac{3}{4} = 2\frac{3}{4}$$

1ο Πρόβλημα

Στον όμιλο της ρομποτικής, η Αθηνά προγραμματίζει το ρομποτάκι της να κινείται πάνω σε μια ευθεία γραμμή. Κάθε φορά που πατά το κουμπί, το ρομποτάκι της προχωράει κατά $\frac{5}{4}$.

Αν το ρομποτάκι βρίσκεται στο σημείο 0, να σημειώσεις πάνω στη αριθμογραμμή, πού θα φτάσει, αν η Αθηνά πατήσει το κουμπί δύο φορές. Να γράψεις το κλάσμα που αντιστοιχεί σε αυτό το σημείο της αριθμογραμμής:

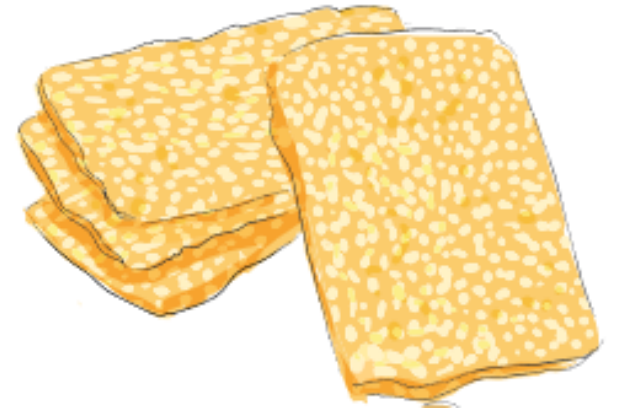


Αν η Αθηνά πατήσει το κουμπί δύο φορές, το ρομποτάκι θα προχωρήσει κατά

$$\frac{5}{4} + \frac{5}{4} = \frac{10}{4} = \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{2}{4} = 1 + 1 + \frac{2}{4} = 2\frac{2}{4}$$

Διερεύνηση – Επέκταση

Ο Νίκος με τους τρεις φίλους του αγόρασαν μερικά παστέλια. Αγόρασαν τα λιγότερα που θα μπορούσαν, ώστε ο καθένας τους να φάει τα $\frac{2}{3}$ του παστελιού.



1. Να σχεδιάσεις τα παστέλια που αγόρασαν τα παιδιά και τον τρόπο με τον οποίο τα μοιράστηκαν:

1^ο παστέλι 2^ο παστέλι 3^ο παστέλι



Τα παιδιά μοιράστηκαν συνολικά 3 παστέλια.

$$\text{Τα παιδιά έφαγαν συνολικά: } \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{8}{3} = \frac{3}{3} + \frac{3}{3} + \frac{2}{3} = \mathbf{1} + \mathbf{1} + \frac{2}{3} = 2\frac{2}{3}$$

2. Ποιο κλάσμα εκφράζει την ποσότητα από τα παστέλια που έφαγαν συνολικά τα παιδιά; $\frac{8}{3}$

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$$

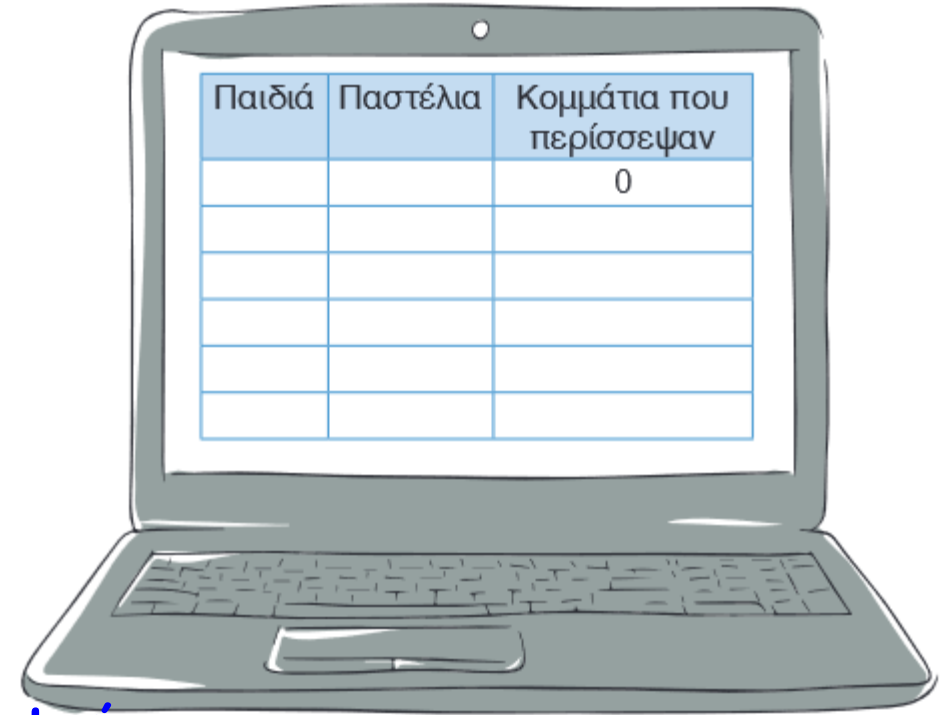
3. Πόσα παστέλια αγόρασαν τα παιδιά; **3 παστέλια**

$$\frac{8}{3} = \frac{3}{3} + \frac{3}{3} + \frac{2}{3} = 1 + 1 + \frac{2}{3} = 2 \frac{2}{3},$$

δηλαδή 3 ολόκληρα παστέλια

4. Περίσσεψε κάποιο κομμάτι παστελιού; **το $\frac{1}{3}$ ενός παστελιού.**

Περίσσεψε ένα κομμάτι, δηλαδή το $\frac{1}{3}$ ενός παστελιού.



- Πόσα μπορεί να είναι τα παιδιά, ώστε να μην περισσεύει κανένα κομμάτι παστελιού; Να συμπληρώσεις τον διπλανό πίνακα

3, 6, 9, 12, 15,...

- Τι συμπεραίνεις για τον αριθμό των παιδιών στην περίπτωση αυτή;

Τα παιδιά, για να μην περισσεύει κανένα κομμάτι παστελιού, πρέπει να είναι πολλαπλάσια του 3.

| Παιδιά | Παστέλια | Κομμάτια που περισσεψαν |
|--------|----------|-------------------------|
| 3 | 2 | 0 |
| 6 | 4 | 0 |
| 9 | 6 | 0 |
| 12 | 8 | 0 |
| 15 | 10 | 0 |
| 18 | 12 | 0 |
| 21 | 14 | 0 |