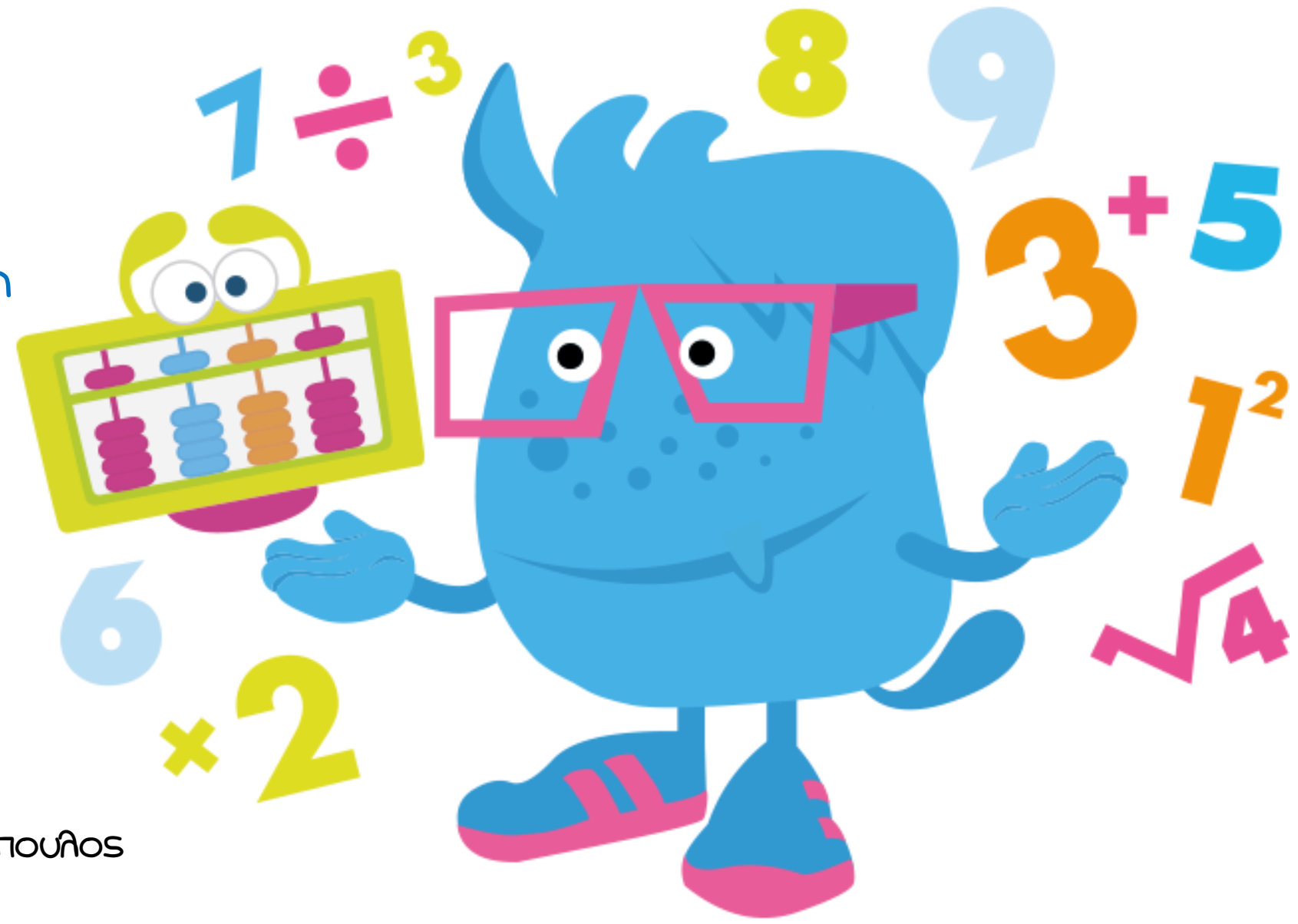


Μαθηματικά Ε' τάξης

Λύσεις ασκήσεων

Βιβλίου μαθητή
και Τετραδίου
εργασιών



Αποστόλης Αγγελόπουλος

15. Το κλάσμα ως πηλικο διαίρεσης



Διερεύνηση

Η γιαγιά θέλει να μοιράσει εξίσου μερικές σοκολάτες στα 4 εγγόνια της.

α. Αν οι σοκολάτες είναι 8, τι μέρος από αυτές θα πάρει το κάθε παιδί;

Γράφουμε την πράξη και υπολογίζουμε: $\frac{8}{4} = 8 : 4 = 2$ σοκολάτες...



Όταν μοιράζουμε, το αποτέλεσμα είναι πάντοτε φυσικός αριθμός;
Συζητάμε με τους συμμαθητές και τις συμμαθήτριές μας.

Όχι, δεν είναι πάντα φυσικός αριθμός, γιατί κάποιες διαιρέσεις έχουν υπόλοιπο και είναι ατελείς.

Συνεπώς κάποιες φορές το αποτέλεσμα μπορεί να είναι κλασματικός ή δεκαδικός αριθμός.

β. Αν οι σοκολάτες είναι 3, τι μέρος από αυτές θα πάρει το κάθε παιδί;

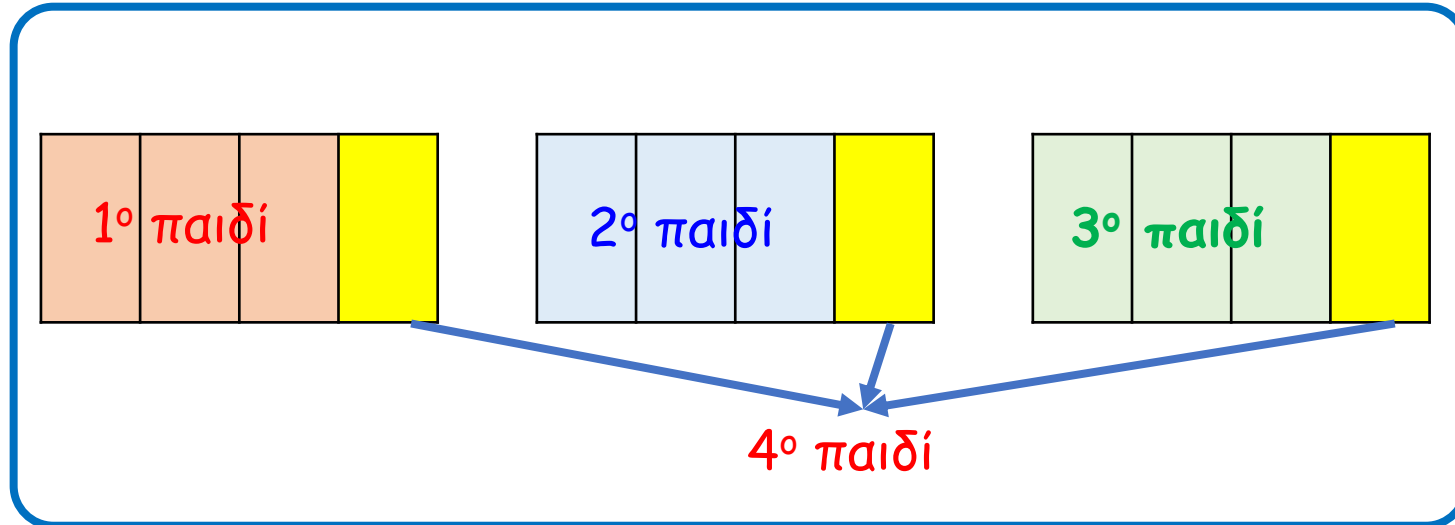


Δυσκολεύομαι με τη διαίρεση.
Πόσο κάνει 3 : 4 ;

Για να βρω το μέρος, θα
σχεδιάσω τις σοκολάτες
και θα τις χωρίσω.



Εργαζόμαστε με τον τρόπο τον οποίο μας προτείνει ο Νίκος.



Κάθε παιδί θα πάρει
της σοκολάτας.

$$\frac{3}{4}$$



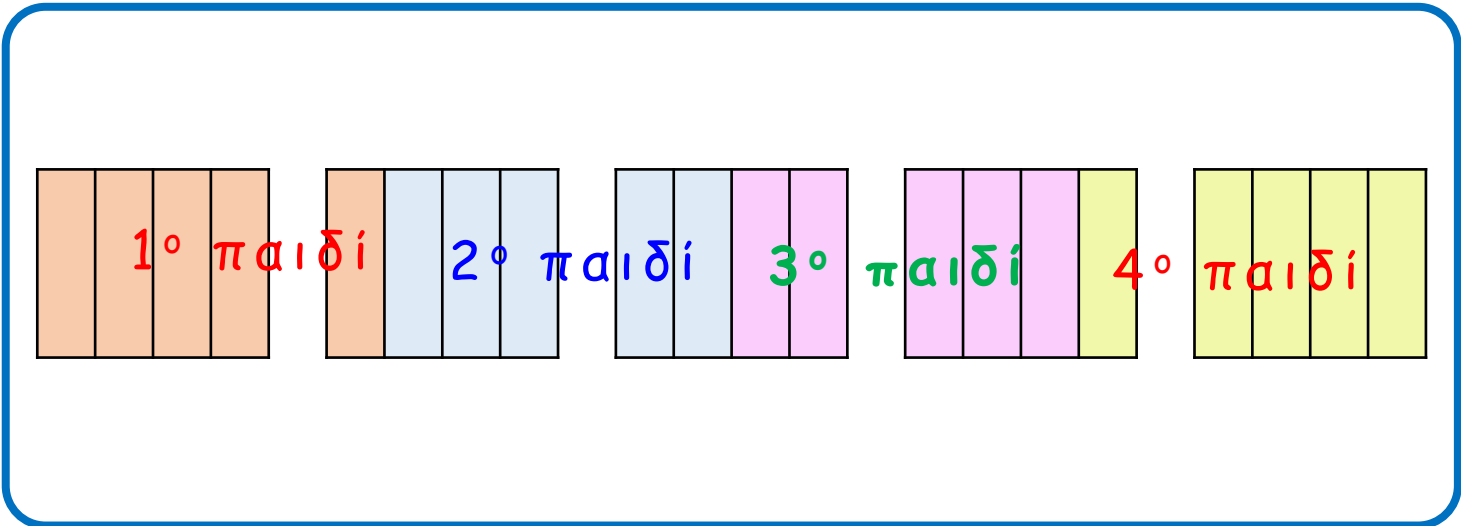
Παρατηρούμε το σχέδιο και συζητάμε τι δείχνουν οι όροι του κλάσματος.

Αριθμητής: Ο αριθμητής του κλάσματος δείχνει πόσες σοκολάτες έχουμε.

Παρονομαστής: Ο παρονομαστής του κλάσματος δείχνει σε πόσα παιδιά τις μοιράζουμε. Άρα $\boxed{3} : \boxed{4} = \frac{\boxed{3}}{\boxed{4}}$

γ. Αν οι σοκολάτες είναι 5, τι μέρος από αυτές θα πάρει το κάθε παιδί;

Εργαζόμαστε σχεδιάζοντας και χωρίζοντας τις σοκολάτες



Κάθε παιδί θα πάρει σοκολάτες.

$$\boxed{1} \frac{\boxed{1}}{\boxed{4}} \text{ ή } \frac{\boxed{5}}{\boxed{4}}$$

$$\text{Άρα } \boxed{5} : \boxed{4} = \frac{\boxed{5}}{\boxed{4}}$$

| Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες | Παραδείγματα |
|---------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|
| Κάθε κλάσμα εκφράζει το πηλίκο της διαίρεσης του αριθμητή διά του παρονομαστή. | $\frac{3}{4} = 3:4$, $\frac{24}{5} = 24:5$ |
| Κάθε φυσικός αριθμός μπορεί να γραφτεί με τη μορφή κλάσματος. | $5 = 5:1 = \frac{5}{1}$ ή $5 = \frac{5}{1} = \frac{10}{2} = \frac{15}{3}$ κλπ. |

Στρατηγικές διαχείρισης αριθμών

1. Μετατροπή ενός κλάσματος σε δεκαδικό αριθμό.

Μετατρέπουμε ένα κλάσμα σε δεκαδικό αριθμό διαιρώντας τον αριθμητή με τον παρονομαστή του.

Π.χ. α. $\frac{3}{10} = 3:10 = 0,3$ β. $\frac{3}{5} = 3:5 = 0,6$ γ. $\frac{7}{9} = 7:9 = 0,777\dots$ δ. $\frac{9}{2} = 9:2 = 4,5$

Σημείωση: Χρησιμοποιούμε την αριθμομηχανή τσέπης, για να βρούμε το αποτέλεσμα.

2. Μετατροπή ενός κλάσματος μεγαλύτερου της μονάδας σε μεικτό αριθμό.

π.χ. Μετατρέπουμε το κλάσμα $\frac{36}{7}$ σε μεικτό αριθμό.

1. Διαιρούμε τον αριθμητή του κλάσματος με τον παρονομαστή,

γιατί $\frac{36}{7} = 36:7$.

2. Ο ακέραιος του μεικτού αριθμού είναι το πηλίκο της διαίρεσης και δείχνει πόσες επτάδες χωράνε στο 36.

3. Το κλάσμα του μεικτού έχει: α. αριθμητή το υπόλοιπο της διαίρεσης και

β. παρονομαστή τον διαιρέτη. Άρα $\frac{36}{7} = 5 \frac{1}{7}$

$$\begin{array}{r|l} 36 & 7 \\ -35 & 5 \\ \hline 1 & \end{array} \rightarrow 5 \frac{1}{7}$$



Εφαρμογή

Ο Νίκος και οι 4 φίλοι του μοιράστηκαν εξίσου 6 μήλα.

Τι μέρος από τα μήλα πήρε το κάθε παιδί;

Θέλουμε να μοιράσουμε τα 6 μήλα στα 5 παιδιά.

α' τρόπος: Χωρίζουμε κάθε μήλο σε 5 ίσα μέρη, όσα είναι τα παιδιά. Κάθε κομμάτι είναι το $\frac{1}{5}$.

Κάθε παιδί θα πάρει 6 τέτοια κομμάτια, όσα είναι τα μήλα, δηλαδή $6 \times \frac{1}{5} = \frac{6}{5}$.

β' τρόπος: Θα κάνουμε διαίρεση $6:5 = \frac{6}{5}$. Κάθε παιδί πήρε τα $\frac{6}{5}$ ή $1\frac{1}{5}$ των μήλων.



Αναστοχασμός

1. Ο παρονομαστής ενός κλάσματος μπορεί να είναι μηδέν;

Ο παρονομαστής ενός κλάσματος δεν μπορεί να είναι μηδέν, καθώς δεν έχει νόημα να χωρίσουμε κάτι σε μηδέν μέρη.

2. Κάθε κλάσμα μπορεί να θεωρηθεί ως το αποτέλεσμα μιας διαίρεσης.

Φτιάχνουμε ένα πρόβλημα διαίρεσης. Τι δείχνει ο αριθμητής και τι ο παρονομαστής;

Πρόβλημα: Ο Μάριος έχει 5 σοκολάτες και θέλει να τις μοιράσει σε 10 φίλους του. Πόσες σοκολάτες θα πάρει κάθε φίλος του;

Λύση

Κάθε φίλος του Μάριου θα πάρει τα $\frac{5}{10}$ από τις σοκολάτες, δηλαδή $\frac{5}{10} = 5:10=0,5$ της σοκολάτας ή μισή σοκολάτα.

Ο αριθμητής του κλάσματος μας δείχνει πόσες είναι συνολικά όλες οι σοκολάτες, ενώ ο παρονομαστής μάς δείχνει σε πόσα ίσα μέρη (παιδιά) θα τις μοιράσουμε.

Το κλάσμα ως πηλίκο διαίρεσης

1η Άσκηση

Να συμπληρώσεις τις παρακάτω ισότητες:

$$7 : 4 = \frac{7}{4}$$

$$\frac{2}{9} = 2 : 9$$

$$5 \frac{1}{8} = \frac{41}{8} = 41 : 8$$

$$\frac{25}{3} = 25 : 3$$

$$1 : 5 = \frac{1}{5}$$

$$\frac{200}{10} = 200 : 10 = 20$$

2η Άσκηση

Να μετατρέψεις τα κλάσματα σε μεικτούς αριθμούς, με τη βοήθεια της διαίρεσης:

| Κλάσμα | Διαίρεση | Μεικτός αριθμός |
|----------------|------------------------------------------------------------------|-----------------|
| $\frac{23}{5}$ | $\begin{array}{r l} 23 & 5 \\ -20 & 4 \\ \hline 3 & \end{array}$ | $4\frac{3}{5}$ |
| $\frac{16}{3}$ | $\begin{array}{r l} 16 & 3 \\ -15 & 5 \\ \hline 1 & \end{array}$ | $5\frac{1}{3}$ |
| $\frac{21}{7}$ | $\begin{array}{r l} 21 & 7 \\ -21 & 3 \\ \hline 0 & \end{array}$ | 3 |

1ο Πρόβλημα

3 αδέρφια μοιράστηκαν εξίσου 7 χαρτόνια, για να φτιάξουν ευχετήριες κάρτες και ζωγραφιές για τη γιορτή της μητέρας τους. Πόσο χαρτόνι χρησιμοποίησε καθένα από τα αδέρφια;



Θα μοιράσουμε τα 7 χαρτόνια σε 3 ίσα μέρη:

Καθένα από τα αδέρφια χρησιμοποίησε τα $7:3 = \frac{7}{3}$ του χαρτονιού.

Κάνουμε τη διαίρεση $7 : 3$ για να υπολογίσουμε πόσο χαρτόνι χρησιμοποίησε καθένα από τα αδέρφια.

$$\begin{array}{r|l} 7 & 3 \\ -6 & 2 \\ \hline 1 & \end{array}$$

Επομένως καθένα από τα αδέρφια χρησιμοποίησε $\frac{7}{3} = 7:3 = 2\frac{1}{3}$ χαρτόνια.

2ο Πρόβλημα

Στο καταφύγιο αδέσποτων ζώων μοιράστηκε σε 12 κουταβάκια μια σακούλα σκυλοτροφής που ζύγιζε 8 κιλά. Τι μέρος της σκυλοτροφής έφαγε το κάθε κουταβάκι, αν μοιράστηκαν εξίσου τη σκυλοτροφή;

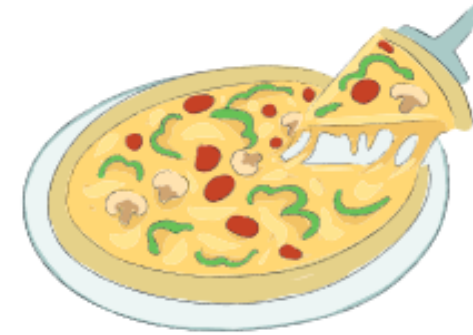


Το κάθε κουταβάκι έφαγε τα:

$$8 : 12 = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \text{ της σκυλοτροφής.}$$

3ο Πρόβλημα

Σε ποιο τραπέζι θα έτρωγες περισσότερη πίτσα; Στο τραπέζι που έχει 2 πίτσες για 3 άτομα ή σε εκείνο που έχει 4 ίδιες πίτσες για 8 άτομα;



Στο τραπέζι που έχει 2 πίτσες για 3 άτομα η κάθε πίτσα θα κοπεί σε 3 ίσα μέρη.

Ο καθένας θα πάρει το $\frac{1}{3}$ της κάθε πίτσας και συνολικά τα $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ της πίτσας, **δηλαδή παραπάνω από το μισό.**

Στο τραπέζι που έχει 4 πίτσες για 8 άτομα η κάθε πίτσα θα κοπεί σε 8 ίσα μέρη.

Ο καθένας θα πάρει συνολικά τα $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ της πίτσας **δηλαδή μισή πίτσα.**

Επομένως θα τρώγαμε περισσότερη πίτσα στο 1^ο τραπέζι ($\frac{2}{3} > \frac{4}{8}$).

4ο Πρόβλημα

Να διατυπώσεις δύο προβλήματα διαίρεσης, ώστε η λύση τους να δίνει τα παρακάτω αποτελέσματα.

Αν μοιράσουμε εξίσου 5 πίτσες σε 9 άτομα, τι μέρος θα πάρει το καθένα;

$$\frac{5}{9}$$

$$5:9 = \frac{5}{9} \text{ της πίτσας.}$$

Αν μοιράσουμε εξίσου 15 λίτρα λάδι σε 7 μπουκάλια, πόσα λίτρα θα περιέχει το καθένα;

$$\frac{15}{7}$$

$$15:7 = \frac{15}{7} = 2 \frac{1}{7} \text{ λίτρα λάδι το κάθε μπουκάλι.}$$

Διερεύνηση – Επέκταση

Με ποιον τρόπο θα μοιραστούν εξίσου τρεις φίλοι 4 διαφορετικά φρούτα: μια μπανάνα, ένα αχλάδι, ένα μήλο κι ένα πορτοκάλι;



Θα κάνω τη διαίρεση 4:3.
Κάθε παιδί θα πάρει τα $\frac{4}{3}$
των φρούτων.



Έχει δίκιο ο Αντρέι; Να δικαιολογήσεις την απάντησή σου.

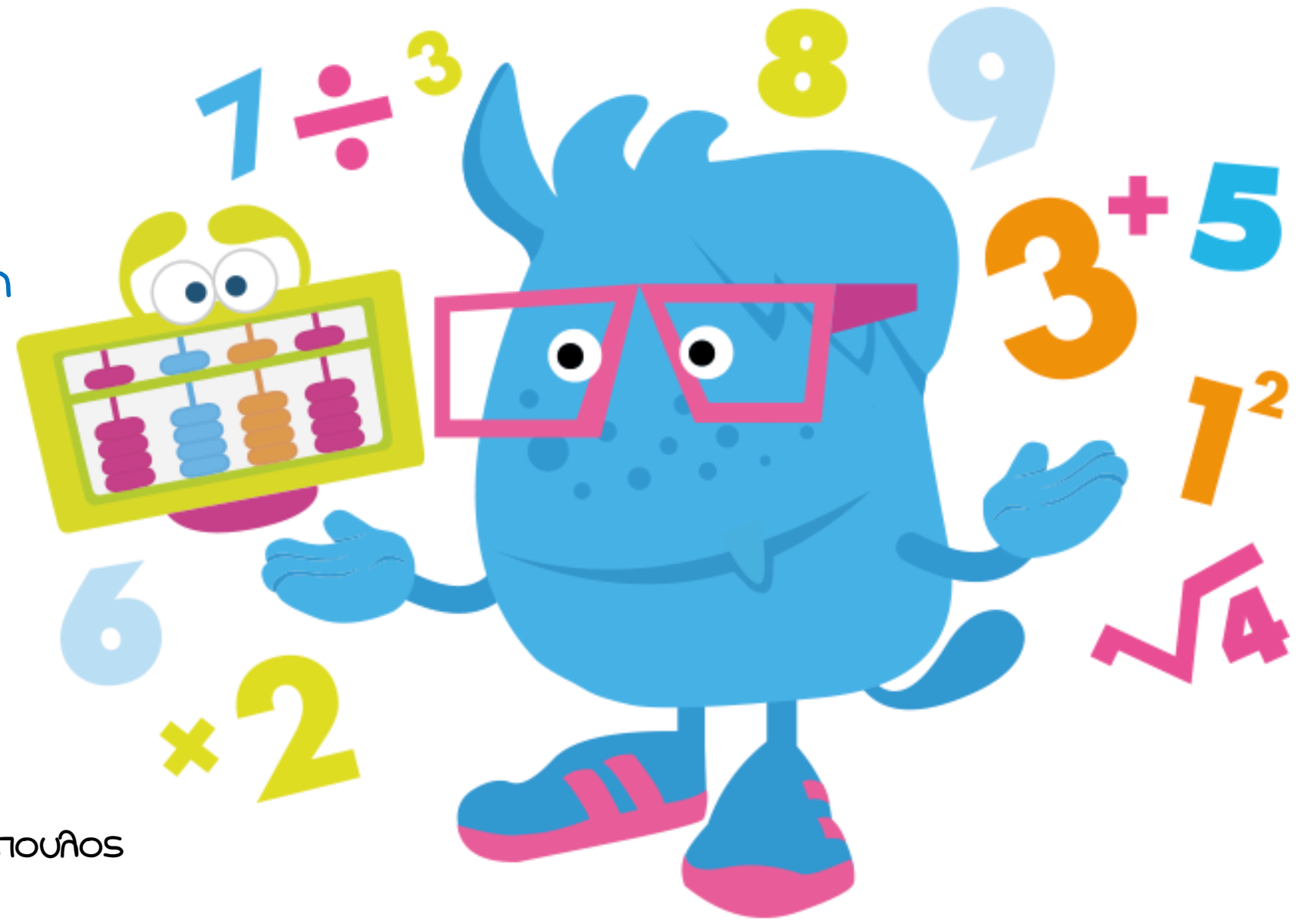
Όχι, ο Αντρέι δεν έχει δίκιο, γιατί τα φρούτα δεν είναι ίδια, ούτε γνωρίζουμε αν ζυγίζουν το ίδιο.

Τα παιδιά θα χωρίσουν κάθε φρούτο σε 3 μέρη. Καθένα από τα παιδιά θα πάρει **από** **κάθε** φρούτο το $\frac{1}{3}$, άρα δεν μπορούμε να πούμε ότι θα πάρει τα $\frac{4}{3}$ των φρούτων.

Μαθηματικά Ε' τάξης

Λύσεις ασκήσεων

Βιβλίου μαθητή
και Τετραδίου
εργασιών



Αποστόλης Αγγελόπουλος

15. Το κλάσμα ως πηλικο διαίρεσης