

Ε

Μαθηματικά
Κεφάλαιο 16 -
Ισοδυναμία κλασμάτων -
Απλοποίηση κλασμάτων

Όνομα: _____

Ημερομηνία: ___ / ___ / ____



Θεωρία

Τα κλάσματα που **εκφράζουν το ίδιο μέρος** από μια ποσότητα **ονομάζονται ισοδύναμα** και είναι **ίσα μεταξύ τους**.

παράδειγμα:

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$

Για να ελέγξω αν δύο κλάσματα είναι ισοδύναμα, παίρνω τα **«χιαστί» γινόμενα**, **πολλαπλασιάζω δηλαδή τον αριθμητή του ενός με τον παρονομαστή του άλλου**. Αν τα δύο γινόμενα που προκύπτουν είναι ίσα, τότε τα δύο κλάσματα είναι ισοδύναμα.

παράδειγμα:

Για να διαπιστώσω αν τα κλάσματα $\frac{2}{3}$ και $\frac{6}{9}$ είναι ισοδύναμα θα **πολλαπλασιάσω τον αριθμητή του ενός με τον παρονομαστή του άλλου**:

$2 \times 9 = 18$ και $6 \times 3 = 18$

Αφού τα χιαστί γινόμενα είναι ίσα (κάνουν 18) και τα κλάσματα είναι ισοδύναμα.

$\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$

Δημιουργία ισοδύναμων κλασμάτων

A. Με πολλαπλασιασμό

Αν **πολλαπλασιάσω** και τους **δύο όρους** ενός κλάσματος με τον **ίδιο φυσικό αριθμό** (όχι όμως το 0), προκύπτει κλάσμα ισοδύναμο με το αρχικό.

B. Με διαίρεση

Αν **διαιρέσω** και τους **δύο όρους** ενός κλάσματος με τον **ίδιο φυσικό αριθμό** (όχι όμως το 0), προκύπτει κλάσμα ισοδύναμο με το αρχικό.

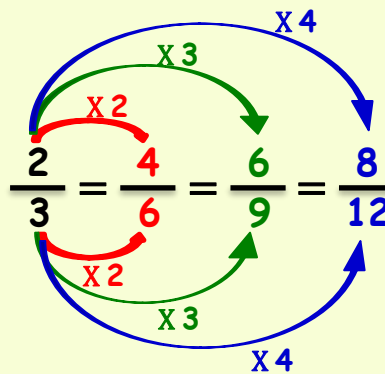
Η τεχνική αυτή, (με διαίρεση) με την οποία **μικραίνω** τους **όρους του κλάσματος**, ώστε να προκύψει ισοδύναμο κλάσμα λέγεται **Απλοποίηση**.

Ανάγωγο κλάσμα λέγεται το κλάσμα που **δεν απλοποιείται άλλο**. Σε κάθε ανάγωγο κλάσμα ο Μ.Κ.Δ. των όρων του κλάσματος είναι το 1.

Ένα κλάσμα γίνεται **γρήγορα ανάγωγο** όταν **διαιρέσω** τους **όρους του με τον Μ.Κ.Δ. τους**.

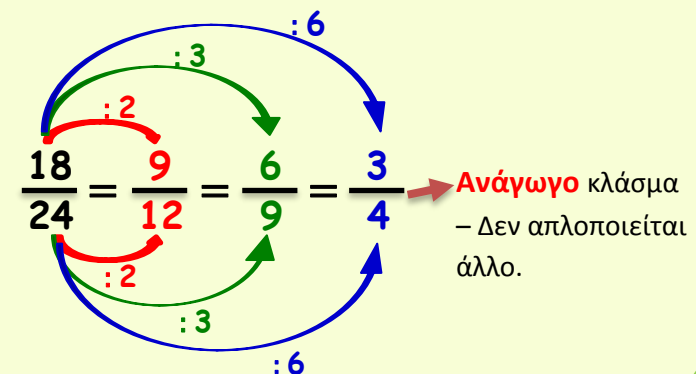
Για να δημιουργήσω ισοδύναμα κλάσματα με

το $\frac{2}{3}$ με **πολ/σμό**:



Για να δημιουργήσω ισοδύναμα κλάσματα με

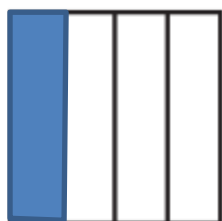
το $\frac{18}{24}$ με **διαίρεση (απλοποίηση)**



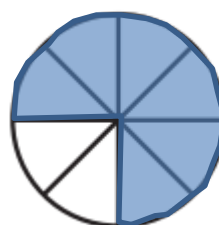
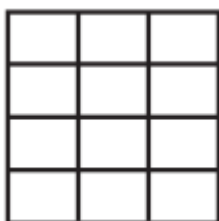


Ασκήσεις

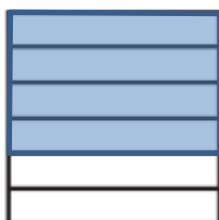
1. Να χρωματίσεις κατάλληλα κάθε δεύτερο σχήμα, ώστε να φτιάξεις ένα κλάσμα ισοδύναμο με το αρχικό:



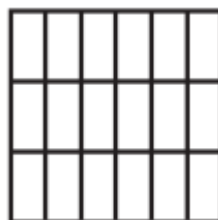
$$\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$



$$\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$



$$\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$



2. Αντιστοίχισε τα κλάσματα που είναι ισοδύναμα:

$$\frac{5}{10}$$

$$\frac{3}{12}$$

$$\frac{4}{12}$$

$$\frac{7}{12}$$

$$\frac{4}{5}$$

$$\frac{4}{15}$$

$$\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{21}{36}$$

$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{8}{30}$$

$$\frac{12}{15}$$

3. Εξετάζω αν τα παρακάτω ζευγάρια κλασμάτων είναι ισοδύναμα:

α. $\frac{1}{3}, \frac{3}{9}$

β. $\frac{13}{6}, \frac{6}{3}$

γ. $\frac{6}{10}, \frac{3}{5}$

δ. $\frac{10}{25}, \frac{2}{5}$

ε. $\frac{4}{7}, \frac{2}{3}$

Ισοδύναμα: _____

4. Ανάμεσα στα παρακάτω κλάσματα υπάρχουν 3 ζευγάρια ισοδύναμα. Μπορείς να τα βρεις;

$$\frac{2}{5}, \frac{1}{3}, \frac{2}{8}, \frac{5}{15}, \frac{6}{24}, \frac{6}{15}$$

α. $\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

β. $\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

γ. $\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

5. Να συμπληρωθούν οι ισότητες:

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{\quad} = \frac{\quad}{20} = \frac{10}{\quad} = \frac{\quad}{50}$$

Με ποιόν δεκαδικό αριθμό ισούνται τα κλάσματα;

Ισούνται με τον αριθμό

6. Γράφω από τρία ισοδύναμα κλάσματα, με μικρότερους όρους (απλοποίηση), για κάθε περίπτωση:

$$\frac{20}{50} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{30}{120} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

7. Συμπληρώνω τους όρους που λείπουν ώστε να προκύψουν ισοδύναμα κλάσματα:

$$\frac{4}{5} = \frac{12}{\quad}, \quad \frac{20}{45} = \frac{4}{\quad}, \quad \frac{8}{16} = \frac{\quad}{10}, \quad \frac{\quad}{24} = \frac{3}{12}, \quad \frac{2}{5} = \frac{\quad}{35}$$

8. α. Κυκλώνω τα κλάσματα που είναι ανάγωγα:

$$\frac{25}{5} , \frac{12}{19} , \frac{2}{8} , \frac{5}{7} , \frac{6}{18} , \frac{6}{15}$$

β. Απλοποιώ τα κλάσματα, ώστε να γίνουν ανάγωγα: (Θυμήσου: Ένα κλάσμα γίνεται γρήγορα ανάγωγο όταν διαιρέσω τους όρους του με τον Μ.Κ.Δ. τους.)

$$\frac{20}{50} = \frac{(:10) \rightarrow 2}{(:10) \rightarrow 5} , \frac{14}{49} = \frac{(: \quad) \rightarrow \quad}{(: \quad) \rightarrow \quad} , \frac{12}{60} = \frac{(: \quad) \rightarrow \quad}{(: \quad) \rightarrow \quad}$$

$$\frac{15}{18} = \frac{(: \quad) \rightarrow \quad}{(: \quad) \rightarrow \quad} , \frac{18}{36} = \frac{(: \quad) \rightarrow \quad}{(: \quad) \rightarrow \quad} , \frac{20}{35} = \frac{(: \quad) \rightarrow \quad}{(: \quad) \rightarrow \quad}$$



Προβλήματα

9. Στο σχολείο της Εύας όλες οι τάξεις συμμετείχαν σε ένα πρόγραμμα ανακύκλωσης. Η Ε' τάξη συγκέντρωσε τα $\frac{5}{18}$ της συνολικής ποσότητας των ανακυκλώσιμων υλικών και η ΣΤ τάξη τα $\frac{2}{6}$. Ποια από τις δύο τάξεις συγκέντρωσε τη μεγαλύτερη ποσότητα; .

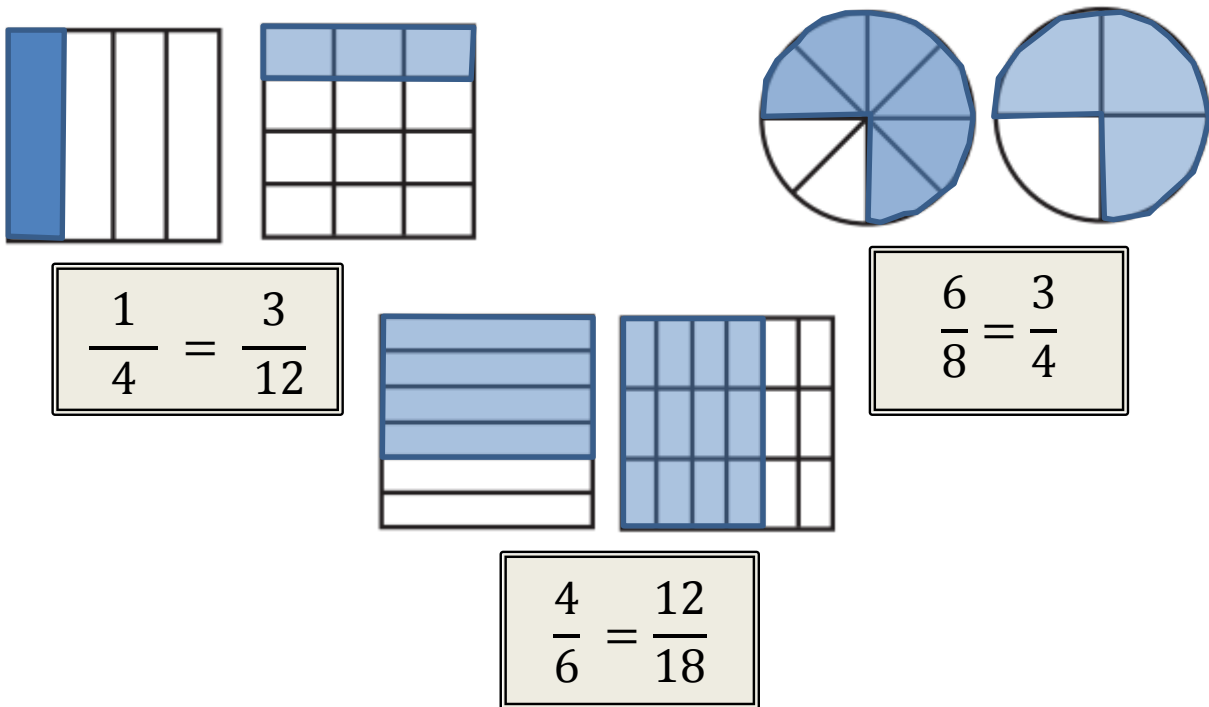
Απάντηση: _____

10. Σε ένα κτήμα τα $\frac{4}{16}$ των δέντρων είναι κερασιές, τα $\frac{6}{30}$ βουσσινιές και τα $\frac{8}{24}$ βερικοκιές. Ποια δέντρα είναι περισσότερα και ποια λιγότερα; (Κάνω το κλάσματα ανάγωγο και τα συγκρίνω.)

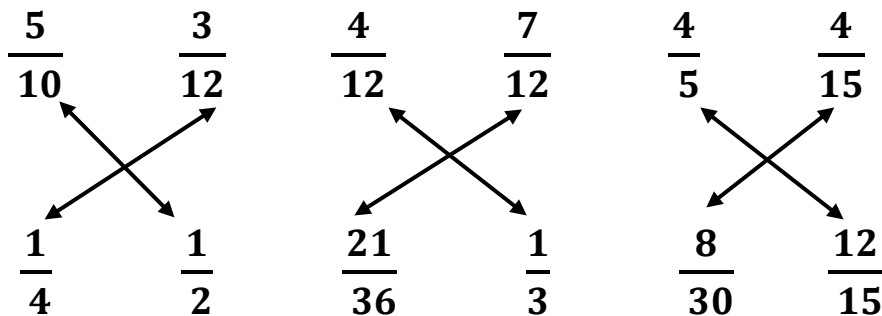
Απάντηση: _____

Απαντήσεις

1.



2



3. Ενδεικτική απάντηση με χιαστί γινόμενα:

α. $\frac{1}{3}, \frac{3}{9} \rightarrow 1 \chi 9 = 3 \chi 3 = 9$ επομένως $\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$

β. $\frac{13}{6}, \frac{6}{3} \rightarrow 13 \chi 3 = 39 \neq 6 \chi 6 = 36$ επομένως $\frac{13}{6} \neq \frac{6}{3}$

γ. $\frac{6}{10}, \frac{3}{5} \rightarrow 6 \chi 5 = 3 \chi 10 = 30$ επομένως $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

δ. $\frac{10}{25}, \frac{2}{5} \rightarrow 10 \chi 5 = 2 \chi 25 = 50$ επομένως $\frac{10}{25} = \frac{2}{5}$

ε. $\frac{4}{7}, \frac{2}{3} \rightarrow 4 \chi 3 = 12 \neq 2 \chi 7 = 14$ επομένως $\frac{4}{7} \neq \frac{2}{3}$

$$4. \quad \alpha. \frac{2}{5} = \frac{6}{15} \quad \beta. \frac{1}{3} = \frac{5}{15} \quad \gamma. \frac{2}{8} = \frac{6}{24}$$

$$5. \quad \frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{8}{20} = \frac{10}{25} = \frac{20}{50}$$

Τα κλάσματα είναι ίσα με $2 : 5 = 0,4$

$$6. \quad \frac{20}{50} = \frac{(:2) \rightarrow 10}{(:2) \rightarrow 25} = \frac{(:5) \rightarrow 4}{(:5) \rightarrow 10} = \frac{(:10) \rightarrow 2}{(:10) \rightarrow 5}$$

$$\frac{30}{120} = \frac{(:2) \rightarrow 15}{(:2) \rightarrow 60} = \frac{(:5) \rightarrow 6}{(:5) \rightarrow 24} = \frac{(:6) \rightarrow 5}{(:6) \rightarrow 20} = \frac{(:10) \rightarrow 3}{(:10) \rightarrow 12}$$

$$7. \quad \frac{4}{5} = \frac{12}{15}, \quad \frac{20}{45} = \frac{4}{9}, \quad \frac{8}{16} = \frac{5}{10}, \quad \frac{6}{24} = \frac{3}{12}, \quad \frac{2}{5} = \frac{14}{35},$$

$$8. \quad \alpha. \quad \frac{25}{5}, \quad \left(\frac{12}{19}\right), \quad \frac{2}{8}, \quad \left(\frac{5}{7}\right), \quad \frac{6}{18}, \quad \frac{6}{15}$$

$$\beta. \quad \frac{20}{50} = \frac{(:10) \rightarrow 2}{(:10) \rightarrow 5}, \quad \frac{14}{49} = \frac{(:7) \rightarrow 2}{(:7) \rightarrow 7}, \quad \frac{12}{60} = \frac{(:12) \rightarrow 1}{(:12) \rightarrow 5}$$

$$\frac{15}{18} = \frac{(:3) \rightarrow 5}{(:3) \rightarrow 6}, \quad \frac{18}{36} = \frac{(:18) \rightarrow 1}{(:18) \rightarrow 2}, \quad \frac{20}{35} = \frac{(:5) \rightarrow 4}{(:5) \rightarrow 7}$$

$$9. \quad \text{Η ΣΤ' τάξη συγκέντρωσε τα } \frac{2}{6} = \frac{2 \chi 3}{6 \chi 3} = \frac{6}{18} \text{ και η Ε' τάξη τα } \frac{5}{18}.$$

Αφού $\frac{6}{18} > \frac{5}{18}$ η ΣΤ' συγκέντρωσε τη μεγαλύτερη ποσότητα.

10.

$$\text{κερασιές: } \frac{4}{16} = \frac{4 (:4) \rightarrow 1}{16 (:4) \rightarrow 4}$$

$$\text{βυσσινιές } \frac{6}{30} = \frac{6 (:6) \rightarrow 1}{30 (:6) \rightarrow 5}$$

$$\text{βερικοκιές } \frac{8}{24} = \frac{8 (:8) \rightarrow 1}{24 (:8) \rightarrow 3}$$

Απάντηση: Περισσότερες είναι οι βερικοκιές και λιγότερες οι βυσσινιές.