

Όνομα: _____

Ημερομηνία: ___ / ___ / ____



Θεωρία

Κάποιοι αριθμοί, όταν διαιρεθούν, **δεν αφήνουν υπόλοιπο**. Οι διαιρέσεις αυτές λέγονται **τέλειες**.

Μερικοί αριθμοί, όταν διαιρεθούν, **αφήνουν υπόλοιπο**. Οι διαιρέσεις αυτές λέγονται **ατελείς**.

Παράδειγμα τέλειαις:

$$\begin{array}{r|l}
 \text{Διαιρετέος } (\Delta) \ 12 & 4 \ \text{Διαιρέτης } (\delta) \\
 -12 & \hline
 \text{Υπόλοιπο } (\upsilon) \ 0 &
 \end{array}$$

Παράδειγμα ατελούς:

$$\begin{array}{r|l}
 \text{Διαιρετέος } 14 & 4 \ \text{Διαιρέτης} \\
 -12 & \hline
 \text{Υπόλοιπο } 2 &
 \end{array}$$

ΔΟΚΙΜΗ ΔΙΑΙΡΕΣΗΣ

Σε κάθε διαίρεση ο διαιρετέος είναι ίσος με το γινόμενο του διαιρέτη επί το πηλίκο συν το υπόλοιπο. Αυτή είναι η δοκιμή (ή επαλήθευση) της διαίρεσης.

$$\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon \quad \text{ή} \quad \delta \cdot \pi + \upsilon = \Delta$$

Διαίρεση: $14:4=3$, $\upsilon.2$

Δοκιμή: $4 \cdot 3 + 2 = 14$



ΠΡΟΣΟΧΗ: Το **υπόλοιπο** πρέπει να είναι πάντα **μικρότερο από το διαιρέτη**.

Στη διαίρεση δυο φυσικών αριθμών που το υπόλοιπο δεν είναι μηδέν (ατελής διαίρεση), μπορώ να συνεχίσω προσθέτοντας ένα μηδενικό και βάζοντας υποδιαστολή στο πηλίκο. Αν και πάλι μείνει υπόλοιπο, προσθέτω κι άλλο μηδενικό και συνεχίζω κτλ.:

Παράδειγμα

$$\begin{array}{r|l} 11 & 4 \\ -8 & \hline 30 & \\ -28 & \\ \hline 20 & \\ -20 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Όταν ο διαιρέτος είναι δεκαδικός:

Τελειώνω τη διαίρεση του ακέραιου μέρους και μόλις προχωρήσω στο δεκαδικό μέρος, βάζω υποδιαστολή στο πηλίκο και συνεχίζω τη διαίρεση. Αν μείνει υπόλοιπο, προσθέτω όσα μηδενικά χρειάζεται και συνεχίζω την πράξη.

Παράδειγμα

$$\begin{array}{r|l} 25,4 & 4 \\ -24 & \hline 14 & \\ -12 & \\ \hline 20 & \\ -20 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Όταν το ακέραιο μέρος του διαιρέτου είναι μικρότερο από τον διαιρέτη,

βάζω μηδέν στο πηλίκο και υποδιαστολή. Κατόπιν, χωρίζω ένα δεκαδικό ψηφίο στον διαιρέτο και συνεχίζω τη διαίρεση.

Παράδειγμα

$$\begin{array}{r|l} 4,32 & 8 \\ -40 & \hline 32 & \\ -32 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Αν ο διαιρέτης είναι φυσικός αριθμός και είναι μεγαλύτερος από τον διαιρέτο,

βάζω μηδενικά στο τέλος του διαιρέτου και τον μετατρέπω σε δεκαδικό. Ξεκινώ βάζοντας μηδέν στο πηλίκο και υποδιαστολή. Κατόπιν, χωρίζω ένα δεκαδικό ψηφίο στον διαιρέτο και συνεχίζω τη διαίρεση.

Παράδειγμα

$$\begin{array}{r|l} 5,000 & 8 \\ -48 & \hline 20 & \\ -16 & \\ \hline 40 & \\ 40 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Όταν ο διαιρέτης είναι δεκαδικός, τον μετατρέπω σε ακέραιο, πολλαπλασιάζοντας διαιρετέο και διαιρέτη με τα 10, 100, 1.000 κτλ., ανάλογα με τα δεκαδικά ψηφία του διαιρέτη:

Παράδειγμα

2,8	1,4
28	14
-28	2
0	

5,2	0,25
520	25
-50	20,8
200	
-200	
0	

Σε μια διαίρεση αν πολλαπλασιάσουμε ή διαιρέσουμε και τους δύο όρους με τον ίδιο αριθμό το πηλίκο μένει ίδιο.

Παράδειγμα

$$12 : 4 = 3$$

$$(12 \cdot 2) : (4 \cdot 2) =$$

$$24 : 8 = 3$$

$$12 : 4 = 3$$

$$(12 : 2) : (4 : 2) =$$

$$6 : 2 = 3$$

Διαίρεση με 0,1, 0,01, 0,001



ΘΥΜΑΜΑΙ: Όταν διαιρώ έναν αριθμό με 0,1, 0,01 κτλ ο αριθμός μεγαλώνει, 10, 100, 1.000 φορές.

Για να διαιρέσω ένα φυσικό αριθμό με το 0,1, το 0,01, το 0,001..., προσθέτω στον αριθμό ένα, δύο ή τρία... μηδενικά αντίστοιχα.

$$354 : 0,1 = 3.540$$

$$354 : 0,01 = 35.400$$

$$354 : 0,001 = 354.000$$

Για να διαιρέσω ένα δεκαδικό αριθμό με το 0,1, το 0,01, το 0,001..., μεταφέρω την υποδιαστολή του αριθμού δεξιά μία, δύο ή τρεις...θέσεις αντίστοιχα.

$$5,45 : 0,1 = 54,5$$

$$5,45 : 0,01 = 545$$

$$5,45 : 0,001 = 5.450$$

Διαίρεση με 10, 100, 1.000...

Για να διαιρέσω ένα φυσικό αριθμό με το 10, το 100, το 1.000..., **βάζω υποδιαστολή** ξεκινώντας από το τέλος του αριθμού **μία, δύο ή τρεις... Θέσεις** αντίστοιχα **προς τα αριστερά**. Αν τελειώσουν τα ψηφία του αριθμού, **βάζω μηδενικά**.

$$\begin{aligned}3.181 : 10 &= 318,1 \\456 : 100 &= 4,56 \\56.789 : 1.000 &= 56,789\end{aligned}$$

Για να διαιρέσω ένα δεκαδικό αριθμό με το 10, το 100, το 1.000..., **μεταφέρω την υποδιαστολή** του αριθμού **προς τα αριστερά μία, δύο ή τρεις... Θέσεις** αντίστοιχα. Αν τελειώσουν τα ψηφία του αριθμού, **βάζω μηδενικά**.

$$\begin{aligned}569,3 : 10 &= 56,93 \\893,2 : 100 &= 8,932 \\1,9 : 1.000 &= 0,0019\end{aligned}$$



ΠΡΟΣΟΧΗ

- ✓ σε μια διαίρεση ο **διαιρέτης** δεν μπορεί να είναι μηδέν
 $457 : 0$ **ΔΕ ΓΙΝΕΤΑΙ**
- ✓ Αν ο **διααιρετέος** είναι 0 το **πηλίκο** είναι 0.
 $0 : 25 = 0$

Για να διαιρέσουμε **άθροισμα με αριθμό**, διαιρούμε κάθε προσθετέο με τον αριθμό και προσθέτουμε τα πηλίκα (επιμεριστική ιδιότητα ως προς την πρόσθεση). Η επιμεριστική ιδιότητα ισχύει και ως προς την αφαίρεση.

$$\begin{aligned}(12 + 6) : 3 &= \\(12 : 3) + (6 : 3) &= \\4 + 2 &= 6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(12 - 6) : 3 &= \\(12 : 3) - (6 : 3) &= \\4 - 2 &= 2\end{aligned}$$



Ασκήσεις

1. Εκτελώ κάθετα τις πράξεις με τις επαληθεύσεις τους:

$$\begin{array}{r} 15,64 \\ \times 3,4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13,5 \\ \times 18 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ \times 125 \\ \hline \end{array}$$

2. Υπολογίζω τα πηλίκα

Αριθμός	:10	:100	:1.000
1,25	0,125	0,0125	0,00125
10			
13,48			
135			
820,77			
0,35			

Αριθμός	:0,1	:0,01	:0,001
1,25	12,5	125	1.250
10			
13,48			
135			
820,77			
0,35			

Αριθμός	:2	:20	:0,2	:0,02
50	25	2,5	250	2.500
120				
6,50				
1,8				
0,3				

3. Συμπληρώνω τα κενά με τους αριθμούς που λείπουν για να ισχύουν οι ισότητες:

α) $56 : \dots = 5,6$

δ) $4,21 : \dots = 421$

β) $4,5 : \dots = 0,045$

ε) $35,5 : \dots = 355$

γ) $946 : \dots = 0,946$

στ) $0,94 : \dots = 940$

4. Υπολογίζω τα πηλίκα με τον νου:

α) $1 : 2 = \dots$

ε) $5 : 50 = \dots$

β) $0,8 : 0,02 = \dots$

στ) $18,03 : 3 = \dots$

γ) $18 : 4 = \dots$

ζ) $0,5 : 2 = \dots$

δ) $4 : 5 = \dots$

η) $0,21 : 0,7 = \dots$

5. Αντιστοιχίζω τα ίσα πηλίκα:

1. $4,9 : 7$

A. $20 : 4$

Τα ίσα πηλίκα είναι:

1 -

2. $0,5 : 0,1$

B. $0,7 : 1$

2 -

3. $1,8 : 0,9$

Γ. $0,6 : 0,3$

3 -

4. $35 : 1,5$

Δ. $40 : 30$

4 -

5. $4 : 3$

E. $70 : 3$

5 -

6. $8 : 6$

ΣΤ. $2 : 1,5$

6 -



Προβλήματα

6. Ένας μελισσοκόμος γέμισε 220 βαζάκια των 500 γρ. το καθένα. Πόσα βαζάκια των 200 γρ. μπορεί να γεμίσει με την ίδια ποσότητα μελιού;

Απάντηση: _____

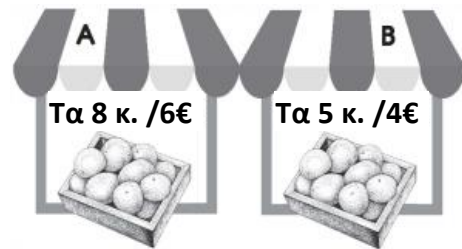
7. Μια εξάδα γάλατα εβαπορέ κοστίζει 5,70 €. Πόσο κοστίζει το 1 κουτί γάλα;

Απάντηση: _____

8. Ο πατέρας της Ιωάννας ζυγίζει 94,5 κιλά και είναι 3 φορές βαρύτερος από την Ιωάννα. Πόσα κιλά ζυγίζει η Ιωάννα;

Απάντηση: _____

9. Η κ. Αρετή έχει 10 € και θέλει να αγοράσει 7 κιλά πατάτες από τη λαϊκή αγορά. Αν αγοράσει 3 κιλά από τον Α' πάγκο και 4 κιλά από τον Β' πάγκο, πόσα χρήματα θα της μείνουν;



Απάντηση: _____

Απαντήσεις

1.

$$\begin{array}{r|l} 15,64 & 3,4 \\ \hline 156,4 & 34 \\ -136 & 4,6 \\ \hline 204 & \\ -204 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 13,5 & 18 \\ \hline -0 & 0,75 \\ \hline 135 & \\ -126 & \\ \hline 90 & \\ -90 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 20 & 125 \\ \hline 20,00 & 125 \\ -125 & 0,16 \\ \hline 750 & \\ 750 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$\Delta: 4,6 \times 34 = 156,4$

$\Delta: 0,75 \times 18 = 13,5$

$\Delta: 0,16 \times 125 = 20$

2.

Αριθμός	:10	:100	:1.000
1,25	0,125	0,0125	0,00125
10	1	0,1	0,01
13,48	1,348	0,1348	0,01348
135	13,5	1,35	0,135
820,77	82,077	8,2077	0,82077
0,35	0,035	0,0035	0,00035

Αριθμός	:0,1	:0,01	:0,001
1,25	12,5	125	1.250
10	100	1.000	10.000
13,48	134,8	1.348	13.480
135	1.350	13.500	135.000
820,77	8.207,7	82.077	820.770
0,35	3,5	35	350

Αριθμός	:2	:20	:0,2	:0,02
50	25	2,5	250	2.500
120	60	6	600	6.000
6,50	3,25	0,325	32,5	325
1,8	0,9	0,09	9	90
0,3	0,15	0,015	1,5	15

3.

α) $56 : 10 = 5,6$

δ) $4,21 : 0,01 = 421$

β) $4,5 : 100 = 0,045$

ε) $35,5 : 0,1 = 355$

γ) $946 : 1.000 = 0,946$

στ) $0,94 : 0,001 = 940$

4. α) $1 : 2 = 0,5$ ε) $5 : 50 = 0,1$
β) $0,8 : 0,02 = 0,004$ στ) $18,03 : 3 = 6,01$
γ) $18 : 4 = 4,5$ ζ) $0,5 : 2 = 0,25$
δ) $4 : 5 = 0,8$ η) $0,21 : 0,7 = 0,03$

5. 1. $4,9 : 7$ Α. $20 : 4$ Τα ίσα πηλίκα είναι:
2. $0,5 : 0,1$ Β. $0,7 : 1$ 1 - Β (:7)
3. $1,8 : 0,9$ Γ. $0,6 : 0,3$ 2 - Α ($\times 40$)
4. $35 : 1,5$ Δ. $40 : 30$ 3 - Γ (:3)
5. $4 : 3$ Ε. $70 : 3$ 4 - Ε ($\times 2$)
6. $8 : 6$ ΣΤ. $2 : 1,5$ 5 - ΣΤ (:2)
6 - Δ ($\times 5$)

6. $500 \text{ γρ.} = 0,5 \text{ κιλά}$ και $200 \text{ γρ} = 0,2 \text{ κιλά}$
 $220 \times 0,5 = 110 \text{ κιλά μέλι έχει ο μελισσοκόμος}$
 $110 : 0,2 = 550 \text{ βαζάκια των } 200 \text{ γρ. θα γεμίσει}$

7. $5,70 : 6 = 0,95 \text{ €}$ κοστίζει το 1 κουτί γάλα;

8. $94,5 : 3 = 31,5$ κιλά ζυγίζει η Ιωάννα;

9. Α πάγκος: $6 : 8 = 0,75 \text{ €}$ το κιλό
Β πάγκος: $4 : 5 = 0,80 \text{ €}$ το κιλό
Θα ξοδέψει στον Α : $0,75 \times 3 = 2,25 \text{ €}$
στον Β : $0,80 \times 4 = 3,20 \text{ €}$
και συνολικά : $2,25 + 3,20 = 5,45 \text{ €}$
Θα της μείνουν : $10 - 5,45 = 4,55 \text{ €}$